國立中山大學經濟學系

碩士論文

Institute of Economics

National Sun Yat-sen University

Master Thesis

要脅問題與控制權配置：投資人立場之最優選擇

Hold-up Problem and the Optimal Allocation of Control Right: From the Perspective of the Investor

研究生：陳光 撰

Guang Chen

指導教授：李世榮 博士

Dr. Shul-John Li

中華民國 105 年 7 月

July 2016

國立中山大學研究生學位論文審定書

本校經濟學研究所碩士班

研究生陳　光（學號：M036040032）所提論文

要脅問題與控制權配置：投資人立場之最優選擇

Hold-up Problem and the Optimal Allocation of Control Right: From the Perspective of the Investor

於中華民國 105 年 7 月 7 日經本委員會審查並舉行口試，符合碩士學位論文標準。

學位考試委員簽章：

召集人 許永河 許永河　　委　員 李世榮 李世榮

委　員 洪啟嘉 洪啟嘉　　委　員 ______

委　員 ______　　委　員 ______

指導教授(李世榮) 李世榮 (簽名)

誌謝

值此論文完成之際，首先向尊敬的導師李世榮教授表示衷心的感謝和誠摯的敬意。

時光如梭，轉眼兩年的學習生活即將結束。兩年來，導師敏銳的思維、嚴謹的治學態度、淵博的學識、果斷幹練的作風、誠摯謙虛的品格和寬厚善良的處世方式，永遠值得我學習和效仿。導師在我的學業上尤其是在論文的撰寫過程中，傾注了大量的心血，給予了我許多教誨和指導，將使我終生受益。導師還在生活方面給予了我諸多慈父般的關懷和愛護，使我在感激之餘常常感到心有不安。我將更加努力，不辜負恩師的期望。

其次，感謝中山大學的老師在我學習期間給我的幫助和支持。感謝所辦的秀燕姐和育萍姐平日對我的照顧。感謝經研所的同學對我學習、生活上的幫助和關心。

我要特別感謝我的父母，他們是我求學路上的堅實後盾，在我面臨人生選擇的迷茫之際，為我排憂解難，他們對我無私的愛是我不斷前進的動力。

我還要感謝口試委員會的老師們，在如此惡劣的天氣下，仍能撥冗前來參加我的口試考試，並給出了很多寶貴的建議，讓本論文變得更加完善。

最後，我要向所有關心我、愛護我和給予我幫助的人再一次致以誠摯的謝意！

人生有一條路不能拒絕，那就是成長。未來充滿變數，我將始終懷著感恩的心，永不停止努力。只有實現更好的自己，才能擁有更好的未來。

謝謝母校，謝謝國立中山大學。

陳光　謹誌於

中山大學經濟學研究所

中華民國一〇五年七月

摘要

本文從控制權配置的角度分析不完全契約 (incomplete contract) 的設計，以提高企業的融資效率。其特色是從投資人立場考慮企業融資中潛在於借貸雙方的雙向要脅問題 (hold-up problems)，繼而分析用以搭配控制權的均衡報酬規則，並進行最優契約選擇。在給定控制權的均衡狀態下，本文發現與 Yerramilli (2011) 相同，只有條件控制 (contingent control) 與投資人控制 (investor control) 具有優勢。然而 Yerramilli 從經理人立場出發，在分析要脅下的再談判 (renegotiation) 問題時須假設相當嚴格的條件；本文不但無此之弊，並且在推導最適契約的條件時更為精準而一般化，足以改良、補充 Yerramilli 模型，並修正一些謬誤。

關鍵詞：不完全契約、道德風險、要脅問題、控制權、條件控制

Abstract

The thesis analyzes the design of incomplete contract from the perspective of control right allocation to improve the efficiency of enterprise financing. It considers hold-up problems between manager and investor in enterprise financing from the standpoint of investor, analyzes the payoff rules of equilibrium with control right and chooses the optimal contract. In the equilibrium of a given control right, the thesis discovers that only two control allocations are optimal in equilibrium: either exclusive investor control or a contingent control allocation, which is the same as Yerramilli (2011). However, Yerramilli must make strict assumptions to analyze hold-up or renegotiation problems from the standpoint of manager. This thesis not only has no such disadvantages, but also makes the conditions of optimal contract more accurate and general. It is sufficient to improve and supplement Yerramilli’ s model and fix some errors.

Keywords : Incomplete contract, moral hazard, hold-up problem, control right, contingent control.

目錄

第一章
緒論

人可掌握的資訊與理性能力有限，面對不可測的未來無法完美地事先制定投資決策。因此，企業債權契約具有內在的不完全性，無法完全消除資訊不對稱 (asymmetric information) 下存在於企業融資間的機會主義（opportunism）問題，往往造成利益分配不當甚至導致交易失敗。在現實中，現代企業融資特別是創業資金 (venture capital) 的借貸交易，很多投資人不僅僅是投入資金，往往還更多的直接、間接參與企業營運或保留參與決策的權利。投資人和企業之間的借貸方式與借貸條件反映現實中存在的問題，因此合理的債權契約理當使投資效益變得更好。從控制權配置的角度尤其是考慮條件控制 (contingent control) 之不完全契約 (incomplete contract) 的設計，是其中一個嶄新而具有豐富價值的研究途徑。

自從 Innes (1990) 發表風險中立之經理人與投資人的最適債權契約（optimal debt contract）之後，Hermalin and Katz (1991) 以及 Dewatripont，Legros and Matthews (2003) 亦研究了風險趨避之經理人和風險中立之投資人的最適債權（無風險和有風險債權）契約。這些最適債權契約表現在當經理人存在道德風險的時候，通過營運狀況「好」時進行獎勵、營運狀況「壞」時進行懲罰的措施來強化經理人的誘因。

現實世界中，若考慮無法履約之下的強制清算法規或相關的執行慣例，企業的融資契約基本上可視為一種「條件控制契約」。Kaplan and Stromberg (2003) 的實證分析顯示，債權契約（尤其是創投資金的債權契約）的一個重要特徵是：當企業未來營運狀況「壞」的時候，企業的控制權應該交給投資人；而當未來營運狀況「好」的時候，企業的控制權應該交給經理人。他們認為「條件控制契約」最能夠體現這種安排，即企業營運狀況惡化的時候，企業內部會經過一些程序將控制權交給投資人，由投資人來做企業決策；而當企業效益好，能夠達到既定的營運目標時，則將其控制權繼續保留給經理人，由經理人來制定企業的相關營運決策。

Aghion and Bolton (1992) 認為經理人和投資人的未來目標之間有著潛在的衝突；因為經理人不僅關心貨幣報酬，還關心非貨幣報酬，[1] 而投資人只對貨

[1]本文僅討論經理人貨幣報酬，不討論非貨幣報酬，因為本文假設現金流是可證實的。

幣報酬感興趣。作者的一個結論是如果貨幣報酬比較有價值，則理當把控制權交給投資人會比較有效率；而如果非貨幣報酬比較重要，則理當把控制權交給經理人。儘管作者的結論與真實世界的情況頗有一致性，可是這是建立在非常直接的假設基礎之上的，不太具有分析的一般性。並且作者並未解釋為什麼在企業營運狀況「壞」的情況下當把控制權交給投資人，而在企業營運狀況「好」的情況下則要把控制權交給經理人。

Rajan (1992) 描述了一種有趣的「雙向道德風險」(或**雙向要脅**)的情形：[2]企業經理人擁有一個投資計畫，由於缺乏資金而向投資人尋求融資；在簽訂契約後經理人和投資人並無法片面知悉經理人的心力投入和企業對未來營運的一些重要決策資訊。無論是繼續營運還是清算資產，都必須依據企業的實際營運狀況才能合理決定，而這又與經理人的心力投入水準息息相關。因此當投資人投入的資金變成（不可撤的）的資本，經理人亦投入了（不可撤的）營運成本以後，彼此之間就存在著潛在的「雙向要脅」問題——例如若經理人在企業營運狀況「壞」的情況下控制企業，仍可能以繼續營運來要脅投資人，目的是為了獲得更大的現金報酬；而若投資人在企業營運狀況「好」的情況下控制企業，則可能以清算資產為由來要脅經理人，目的也是為了獲得更大的報酬。

Yerramilli (2011) 延續 Aghion and Bolton (1992) 與 Rajan (1992) 的「雙向要脅問題」設定來分析控制權的最優分配。Yerramilli (2011) 與 Rajan (1992) 所不同的是：Rajan 認為企業真實的營運狀況可以被投資人和企業經理人直接觀測到，而 Yerramilli 則認為投資人與企業經理人雖然能夠觀測企業真實的營運狀況，但由於無法對第三者舉證，故事先只能通過代表營運表現的可觀測指標來制訂契約。這個可觀測指標（例如企業年中的財務報表、季度銷售額等公共資訊）與企業真實的營運狀況是息息相關的（相關係數至少高於 0.5）。在 Yerramilli 的分析架構中，當經理人投入了心力成本，投資人亦投入了資金以後，尤其在企業營運狀況實現而被確實觀測到之時，可能出現**再談判**（renegotiation）的問題。再談判是由任一方要脅產生的，也就是當某方擁有控制權者要脅另外一方來提高自己的報酬。

控制權的分配關係著事後要脅問題發生的可能性以及「再談判」雙方的利益分配，因此亦影響經理人投入心力的誘因。在 Yerramilli 的分析中，最適的控制權配置能夠激勵經理人的誘因，同時又能提高當事人的報酬。而未來的控

[2]學界有學者把 “hold-up” problem 翻譯為「投資阻塞」問題、「套牢」問題、「要脅」或「敲竹槓」問題。本文作者傾向於使用「要脅」一詞。

制權交給誰、如何安排，要視未來情況而定，但事前只能約定由可觀測、可證實的公共資訊來決定，此為 Yerramilli (2011) 模型的特色。具體而言，「投資人控制」和「經理人控制」契約都無視於企業的公共資訊，分別將控制權完全賦予投資人或者經理人；而「條件控制」契約則依據企業的公共資訊來確定控制權的歸屬。Yerramilli 模型還有一個關鍵參數的設定即為再談判中投資人的談判能力。投資人談判能力的強弱意味著在再談判中投資人可得到現金流增額中的多少部分。因此投資人談判能力的強弱足以改變契約雙方的利益分配，從而影響經理人的心力投入誘因與最適控制權的選擇。Yerramilli （2011）一文的目標在比較「條件控制」與其它控制權契約（在不同參數空間中）的優劣。他發現在均衡狀態下，只有兩種控制權分配是具有優勢的–「投資人控制」或「條件控制」–而在投資人談判能力相對夠高以及公共資訊與真實營運狀況的相關程度夠高時，「條件控制」便優於其它控制。

本研究與 Yerramilli (2011) 不一樣的地方，在於 Yerramilli 假定由經理人提出一個「要麼接受要麼拒絕」（take it or leave it）的不完全契約來尋求融資，由於是經理人立場所提出的契約設計，於是經理人效益（或企業價值）之極大化便成為最高目標；而本文從**投資人**立場，提出一個「要麼接受要麼拒絕」的要約，則投資人效益之極大化便成為最高目標。兩者的差別在於要約者立場不同，最適化的目標函數各異，因此所設計提出的契約條件自然有別，結果有出入，甚至分析過程亦可能得到改善。

本文改變 Yerramilli (2011) 契約設計之視角的理由在於：一方面是現實世界中企業的啟動和發展都必須依靠足夠的資金，提供資金的一方（即投資人）往往佔有相對關鍵的地位，來影響融資條件 (包括控制權配置) 的設計，以保障自己的資金，進而追求更佳報酬的可能，因此從投資人立場來分析更符現實性。另一方面，Yerramilli (2011) 在經理人的立場下研究控制權之最優配置，結果其實相當繁雜，本文轉換視角，改從投資人立場進行分析，試圖找出更為簡捷明確的研究結果。

以下第二章簡要論述 Yerramilli (2011) 之模型結構、均衡分析及最適契約。第三章進行在投資人立場主導下的均衡分析。第四章是文章的主要部分，主要論述了在投資人立場主導下各個契約何時能達到最優以及不同契約之間孰優孰劣的問題。第五章是本文結論。

第二章
Yerramilli (2011) 之模型結構

2.1 符號與設定

Yerramilli (2011) 關於道德風險和不完全契約的模型包含 3 個時期：第 0 期 (T_0)，第 1 期 (T_1) 和第 2 期 (T_2)。

在 T_0 期，擁有創業計畫的經理人成立一家新企業，總投資額為 I。但經理人並無任何資產，因此需要向投資人融資。經理人和投資人都是風險中立者。在企業成立以後，經理人開始投入心力 (effort) 進行營運。[3]

在 T_1 期，企業營運狀況會出現兩種狀態：「好」或者「壞」。通過觀測企業的營運狀況，企業可以做出繼續營運或者清算資產的決策。

如果企業營運狀況「好」，則繼續營運會在 T_2 期以 p 的機率得到 $\tilde{R} = R$ 的現金流，以 $1 - p$ 的機率得到 $\tilde{R} = 0$ 的現金流。如果企業營運狀況「壞」，則即使繼續營運也只能得到 $\tilde{R} = 0$ 的現金流。

另一方面，若採取清算決策，則無論企業的營運狀況如何，在 T_1 期將會得到 $L \in (0, I)$ 的現金流，在 T_2 期則再無現金流可得。

假設 1. $\Delta \equiv pR-L > 0.$
此假設表明，在營運狀況「好」的時候繼續營運能夠得到比清算資產更大的價值。Δ 表示在營運狀況「好」的時候繼續營運獲得的增額報酬。在營運狀況「壞」時清算資產是更好的選擇，因為 $L > 0$。

企業營運狀況「好」的機率，依賴於經理人在 T_0 期投入重要而外人難以觀測的心力。Yerramilli 假設企業營運狀況「好」的機率為 θe，企業營運狀況「壞」的機率為 $1-\theta e$，$e \in (0, 1]$ 代表經理人在 T_0 期的心力投入水準，而心力投入水準的高低乃為經理人的私有訊息。$\theta \in [0, 1]$ 為企業品質，可代表市場對企業產品的需求或企業在業內的競爭力，θ 對於經理人和投資人都是已知訊息。

經理人投入心力的個人成本函數為 $\dfrac{\psi e^2}{2}$，其中 $\psi > 0$ 代表經理人的邊際心力成本。

[3] 經理人心力投入發生在企業尚未做出控制權決策之前。

假設 2. $\psi > 2\theta\Delta$.
此一假設是最適解存在的必要條件，同時隱含了企業營運狀況出現「好」的機率小於 $\frac{1}{2}$（見下文）。

2.2 資訊結構

對於經理人和投資人來說，企業營運狀況的「好」、「壞」與現金流都是可觀察到的。關於企業營運狀況的「好」或「壞」，雙方都只能在 T_1 期才能觀察到，不過真實營運狀況的「好」或「壞」並無法對企業外人士證實。企業外人士只能在 T_1 期通過企業表現的公共資訊 r，$r \in \{l, h\}$，觀察企業的營運狀況。這個公共資訊與企業真實的營運狀況並不完全相關。Yerramilli 假設估測企業營運狀況的公共資訊 $r \in \{l, h\}$ 與真實狀況之間的相關性為：

$$\Pr(r = h \mid \text{good state}) = \Pr(r = l \mid \text{bad state}) = \beta \ ， \quad \beta \in (0.5, 1).$$

2.3 契約形態

對於經理人和投資人來說，無論是經理人的心力投入水準或企業的營運狀況，都是無法據以締約的；這是因為經理人的心力投入無法觀測，而企業真實的營運狀況無法被第三者證實，故無法據以訂立可執行的 (enforceable) 契約條件。雖然如此，融資雙方仍可以通過企業的公共資訊這一可觀測指標 (r) 規定「繼續營運」或「清算資產」決策由誰來控制。此**「控制權」**定義為**決定「繼續營運」或「清算資產」的權力**。

Yerramilli (2011) 定義 $\Phi = \{\Phi_l, \Phi_h\}$ 代表初始契約的控制權安排；$\Phi_r \in \{\text{inv, mgr}\}$ 表示根據企業過渡期表現 $r \in \{l, h\}$ 將企業的控制權交給誰（inv 代表投資人，mgr 代表經理人）。故存在四種控制權的分配：

投資人控制 $(\Phi = IC)$：這種情況下無論企業的公共資訊 r，繼續營運或清算資產的決策控制權都交付給投資人（$\Phi_l = \Phi_h = \text{inv}$ ）；**經理人控制** $(\Phi = MC)$：這種情況下無論企業的公共資訊 r，繼續營運或清算資產的決策控制權都交付給經理人（$\Phi_l = \Phi_h = \text{mgr}$ ）；**條件控制** $(\Phi = CC)$：這種情況下企業的公共資訊高 $(r = h)$，控制權就交付給經理人，企業的公共資訊低 $(r = l)$，控制權就交付給投資人（$\Phi_h = \text{mgr}, \Phi_l = \text{inv}$ ）；**逆條件控制** $(\Phi = ICC)$：這種情況下企業的公共資訊高 $(r = h)$，控制權就交付給投資人，企業的公共資訊低 $(r = l)$，控制權就交付給經理人（$\Phi_h = \text{inv}, \Phi_l = \text{mgr}$）。

契約還規定了報酬規則（$\Omega = (D_l, D_h, Y_l, Y_h)$），即企業營運的現金流收入在經理人和投資人之間如何分配。初始契約根據過渡期表現 r 決定投資人在「繼續營運」下的現金報酬 $D_r \in \{D_l, D_h\}$，若現金流 $\tilde{R} = R$ 在 T_2 期實現，經理人依剩餘索取權得到 $R - D_r$；[4] 而如果決定要在 T_1 期進行清算，則投資人的現金報酬為 $Y_r \in \{Y_l, Y_h\}$，經理人的報酬則為 $L - Y_r$。

對於 Ω 有兩個重要的限制：第一、清算決策中經理人得到的現金流必須是非負的，即 $L - Y_r \geqslant 0$；第二、Ω 必須滿足「可行性限制」，即投資人的總期望報酬一定不小於期初的投資（見下文分析）。

2.4 T_1 期的要脅問題

在此不完全契約中，投資人的資金和經理人的心力一旦投入之後即無法撤回，形同沉沒 (sunk)；此時若訂約對方要求「再談判」重新分配報酬，往往可以要脅得逞。這種機會主義（opportunism）行為本文稱為**要脅** (hold up)。

T_0 期雙方完成資金與心力投入，在觀察到企業 T_1 期的營運狀況之後，經理人或投資人有可能會對原始的契約條件提出「再談判」(renegotiation) 的要求。如果雙方同意再談判而協調出新的報酬方案，經理人和投資人將會分配掉執行再談判之新方案時的增額現金流。投資人得到原始報酬加上增額現金流中 μ 的部分；而經理人得到原始報酬加上增額現金流中 $(1-\mu)$ 的部分。$\mu \in (0, 1)$ 可代表 T_1 期投資人的談判能力。

如果經理人在企業營運狀況「壞」的情況下擁有控制權，那麼他可能會拒絕做出清算決策，除非投資人願意接受再談判改變報酬分配，並將清算後的增額現金流部分分享給經理人，以保障經理人在原契約下至少可得的利益。同理，如果投資人在企業營運狀況「好」的情況下擁有控制權，那麼他可能要脅做出清算決策，除非經理人願意接受再談判改變報酬分配，並將繼續營運的增額現金流部分分享給投資人，以保障投資人在原契約條件下至少可得的利益。

Yerramilli (2011) 假設**經理人**在期初提出一個「要麼接受要麼拒絕」（take it or leave it）的不完全契約（控制權契約）。為了便於輔理 i 的表述，Yerramilli (2011) 定義下列函數：

[4] $\tilde{R} = 0$ 時，$D_r = 0$ 無討論意義。

$$S^g(r,\Omega) \equiv \max\{Y_r + \mu\Delta, pD_r\}. \tag{1}$$

$$S^b(r,\Omega) \equiv \min\{Y_r, \mu L\}. \tag{2}$$

輔理 i (見 Yerramilli 2011, Lemma 1, p.712)：
(i) 如果經理人在營運狀況「好」的情況下擁有控制權，他會允許企業繼續營運；則投資人和經理人的現金報酬分別是 pD_r 和 $p(R-D_r)$，其中 $r \in \{l,h\}$。

如果投資人在營運狀況「好」的情況下擁有控制權，他可能經過「再談判」而做出繼續營運的決策。再談判必然在下列條件下發生：

$$Y_r + \mu\Delta > pD_r,\ r \in \{l,h\}. \tag{3}$$

此時投資人和經理人的現金報酬分別是：$S^g(r,\Omega)$ 和 $pR-S^g(r,\Omega)$。
(ii) 如果投資人在營運狀況「壞」的情況下擁有控制權，則他會做出清算決策；投資人和經理人的現金報酬分別是 Y_r 和 $L-Y_r$。

如果經理人在營運狀況「壞」的情況下擁有控制權，則他可能會經過「再談判」而做出清算決策。再談判必然在 $Y_r > \mu L$ 時發生。此時，投資人和經理人的現金報酬分別是：$S^b(r,\Omega)$ 和 $L-S^b(r,\Omega)$。

輔理 i 清楚證明，無論初始契約如何約定，經過可能的再談判以後，企業在營運狀況「好」時**一定會**做出繼續營運的決策；而企業營運狀況出現「壞」時**一定會**做出清算資產的決策。這種「有效率」的決策總是事後的**必然結果，而且與 Ω 和 Φ 的內容無關**。

根據輔理 i，可以簡化而定義「企業期望總現金流」$V_\Phi(\Omega,e)$ 為：

$$V_\Phi(\Omega,e) = V(e) = \theta epR + (1-\theta e)L = \theta e\Delta + L. \tag{4}$$

「投資人期望報酬」則與契約條件息息相關，以下定義「投資人期望報酬」

$S_\Phi(\Omega, e)$ 為：

$$\begin{aligned} S_{CC}(\Omega,e) &= \theta e[\beta p D_h + (1-\beta)S^g(l,\Omega)] + (1-\theta e)[\beta Y_l + (1-\beta)S^b(h,\Omega)] && (5) \\ S_{IC}(\Omega,e) &= \theta e[\beta S^g(h,\Omega) + (1-\beta)S^g(l,\Omega)] + (1-\theta e)[\beta Y_l + (1-\beta)Y_h] && (6) \\ S_{MC}(\Omega,e) &= \theta e[\beta p D_h + (1-\beta)pD_l] + (1-\theta e)[\beta S^b(l,\Omega) + (1-\beta)S^b(h,\Omega)] && (7) \\ S_{ICC}(\Omega,e) &= \theta e[\beta S^g(h,\Omega) + (1-\beta)pD_l] + (1-\theta e)[\beta S^b(l,\Omega) + (1-\beta)Y_h]. && (8) \end{aligned}$$

2.5 Yerramilli (2011) 模型之均衡分析

利用上一小節的定義，由於經理人是剩餘索取者 (residual claimant)，他的期望報酬乃成為 $V_\Phi(\Omega,e) - S_\Phi(\Omega,e)$，期望效用則為 $V_\Phi(\Omega,e) - S_\Phi(\Omega,e) - \dfrac{\psi e^2}{2}$。因此在均衡狀態下，經理人的初始心力投入 $e_\Phi(\Omega)$ 須滿足效用極大化的誘因相容條件：

$$e_\Phi(\Omega) = \arg\max_e V_\Phi(\Omega,e) - S_\Phi(\Omega,e) - \frac{\psi e^2}{2}. \tag{9}$$

投資人可行性限制條件 (feasibility constraint)：

$$S_\Phi(\Omega,e) - I \geqslant 0. \tag{10}$$

對於給定的契約 (Ω,Φ)，Yerramilli (2011) 定義「企業價值」(firm value) 為：

$$NV_\Phi(\Omega) = V_\Phi(\Omega) - I - \frac{\psi[e_\Phi(\Omega)]^2}{2}, \quad V_\Phi(\Omega) \equiv V_\Phi(\Omega, e_\Phi(\Omega)). \tag{11}$$

此 $NV_\Phi(\Omega)$ 為 Yerramilli 模型的目標函數。[5]

Yerramilli (2011) 以 $P_\Phi(\Omega)$ 表示在 (Φ,Ω) 契約條件下，經理人於營運狀況「好」超過營運狀況「壞」時的報酬增量，定義如下：

$$\begin{aligned} P_{CC}(\Omega) &= \Delta - \beta p D_h - (1-\beta)S^g(l,\Omega) + \beta Y_l + (1-\beta)S^b(h,\Omega) && (12) \\ P_{IC}(\Omega) &= \Delta - \beta S^g(h,\Omega) - (1-\beta)S^g(l,\Omega) + \beta Y_l + (1-\beta)Y_h && (13) \\ P_{MC}(\Omega) &= \Delta - \beta p D_h - (1-\beta)pD_l + \beta S^b(l,\Omega) + (1-\beta)S^b(h,\Omega) && (14) \\ P_{ICC}(\Omega) &= \Delta - \beta S^g(h,\Omega) - (1-\beta)pD_l + \beta S^b(l,\Omega) + (1-\beta)Y_h && (15) \end{aligned}$$

[5] 然而實質，經理人關心的通常是自身利益的極大化，Yerramilli 將「企業價值」極大化作為契約設計的標準目標是否恰當仍有待甄酌。

輔理 ii (見 Yerramilli 2011, Lemma 2, p.713.)
給定一個初始契約 (Φ, Ω)，經理人會選擇一個心力投入水準 $e_\Phi(\Omega)$ 來極大化自身報酬：[6] 而且，$P_\Phi(\Omega) < \Delta$。

$$e_\Phi(\Omega) = \frac{\theta P_\Phi(\Omega)}{\psi}, \quad \text{這裡 } \Phi \in \{IC, MC, CC, ICC\}. \tag{16}$$

2.6 Yerramilli (2011) 模型之最適契約

運用式 (4), (11) 和 (16)，Yerramilli 將「企業價值」改寫為：

$$NV_\Phi(\Omega) = \frac{\theta^2 P_\Phi(\Omega)}{2\psi}(2\Delta - P_\Phi(\Omega)) + L - I. \tag{17}$$

因為 $\dfrac{\partial NV_\Phi}{\partial P_\Phi} = \dfrac{\theta^2}{\psi}(\Delta - P_\Phi(\Omega)) > 0$,故在滿足可行性限制條件 $(S_\Phi(\Omega, e_\Phi(\Omega)) \geqslant I)$ 下，**最適契約條件**亦即為「最大化 $P_\Phi(\Omega)$」之契約條件。Yerramilli 因此建立下列輔理。

輔理 iii (見 Yerramilli 2011, Lemma 4, p.714.)
在滿足可行性限制 $S_\Phi(\Omega, e_\Phi(\Omega)) \geqslant I$ 下，極大化 $P_\Phi(\Omega)$ 之契約即為最適契約。

Yerramilli 將逆條件控制（$\Phi = ICC$）和經理人控制（$\Phi = MC$）之契約與條件控制（$\Phi = CC$）契約進行比較，發現前二者皆劣於 (dominated by) 條件控制契約（見下列命題）。

命題 i (見 Yerramilli 2011, Propsition 1, p.714.)
逆條件控制（$\Phi = ICC$）和經理人控制（$\Phi = MC$）永遠不可能達到最優，因為對於任何一個「逆條件控制」或「經理人控制」而言，都能被某一個條件控制（$\Phi = CC$）所替代，且此「條件控制」可達成更高的企業價值 $(NV_\Phi(\Omega))$。

[6] 因為經理人心力投入必須滿足誘因相容條件，將 (4) 式與 (5)-(8) 式代入誘因相容條件中，並對 e 求一階條件 (first order condition): $\dfrac{\partial V_\Phi(\Omega, e)}{\partial e} - \dfrac{\partial S_\Phi(\Omega, e)}{\partial e} - \psi e = 0$, 即可得到 (16) 式。

2.6.1 條件控制（$\Phi = CC$）

一個可行的 $\Phi = CC$ 契約，必須滿足 $S_{CC}(\Omega, e_{CC}(\Omega)) \geqslant I$。利用 (16) 式與 (12) 式，此一限制條件可以改寫為：

$$\frac{\theta^2 P_{CC}}{\psi}(\Delta - P_{CC}) - [I - L + (1-\beta)(1-\mu)L] \geqslant 0. \tag{18}$$

滿足上述限制條件的最大 P_{CC} 值為 P_{CC}^{+}：

$$P_{CC}^{+} \equiv \frac{1}{2}(\Delta + \sqrt{\Delta^2 - \frac{4\psi(1 - L + (1-\beta)(1-\mu)L)}{\theta^2}}). \tag{19}$$

當 $(\theta\Delta)^2 \geqslant 4\psi[I - L + (1-\beta)(1-\mu)L]$時， 上式才有意義。 (20)

Yerramilli 根據投資人與經理人之間的再談判問題，提出了條件控制下的最適契約，即下列命題 ii。

命題 ii （請見 Yerramilli 2011, Propsition 2/Propsition 5, p.715/p.719.）
若條件控制（$\Phi = CC$）可行的契約條件成立，即 (20) 式成立，則 $P_{CC}^{*} = P_{CC}^{+}$ 和最適報酬規則 Ω_{CC}^{*} 的條件也成立；此外，

(i) 如果 $(1-\mu)(\Delta - (1-\beta)L) \geqslant P_{CC}^{+}$，則存在給定的 $D_l = D_h$ 滿足下述條件：

$$p(R - D_h) = P_{CC}^{+} + (1-\beta)(1-\mu)L.$$

在此契約下，$pD_l \geqslant L + \mu\Delta$。因此若投資人在營運狀況「好」的情況下擁有控制權，亦不會對經理人有要脅的再談判問題。

(ii) 如果 $(1-\mu)(\Delta - (1-\beta)L) < P_{CC}^{+}$，則存在 $D_l < \dfrac{L + \mu\Delta}{p}$ 和一個足以滿足下述條件的 D_h：

$$\beta p(R - D_h) = P_{CC}^{+} - (1-\beta)(1-\mu)(\Delta - L).$$

在此契約中，$pD_l < L + \mu\Delta$。因此當投資人在營運狀況「好」的情況下擁有控制權時，會迫使經理人進行再談判來提高自己的報酬到 $L + \mu\Delta$。

值得注意的是，在條件控制下，投資人談判能力 (μ) 的提高反而會加強經理人投入心力 (e) 的誘因（P_{CC}^{+} 提高，見 (19) 式）。這是因為當 μ 提高時，經

理人在營運狀況「壞」時的清算報酬 $(1-\beta)(1-\mu)L$ 會減小之故。

2.6.2 投資人控制（$\Phi = IC$）

2.6.2.1 特殊情況：當 $Y_l^* = Y_h^* = L$ 為給定條件時

一個 $\Phi = IC$ 可行的契約，必須滿足 $S_{IC}(\Omega, e_{IC}(\Omega)) \geqslant I$。因此投資人可行性限制可改寫為：

$$\frac{\theta^2 P_{IC}}{\psi}(\Delta - P_{IC}) - (I - L) \geqslant 0. \tag{21}$$

P_{IC} 的端點解為：

$$P_{IC}^{\pm} \equiv \frac{1}{2}(\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 - \frac{4\psi(1-L)}{\theta^2}}). \tag{22}$$

$$\text{上式成立必須滿足條件：} \quad (\theta\Delta)^2 \geqslant 4\psi(I-L). \tag{23}$$

此外，Yerramilli 定義 μ_{IC}^- 與 μ_{IC}^+ 分別滿足：$(1-\mu_{IC}^-)\Delta = P_{IC}^-$ 與 $(1-\mu_{IC}^+) = P_{IC}^+$. 若 $\Phi = IC$ 之契約可行，除條件 (23) 外還必須滿足：

$$(1-\mu)\Delta \geqslant P_{IC}^-, \quad \text{亦即} \quad \mu \leqslant \mu_{IC}^-. \tag{24}$$

命題 iii（詳見 Yerramilli, Propsition 3, p.716.）

當投資人控制（$\Phi = IC$）滿足式 (23) 與式 (24) 的限制條件時，則此契約在下述條件下是可行的：

(i) 當 $\mu \leqslant \mu_{IC}^+$ 時，則由 $D_l = D_h = \dfrac{pR - P_{IC}^+}{p}$ 可以得到 Ω_{IC}^*。此契約是不會導致再談判的，因為投資人在營運狀況「好」的情況下不會要脅經理人。此時 $P_{IC}^* = P_{IC}^+$。

(ii) 當 $\mu_{IC}^+ < \mu < \mu_{IC}^-$，則由 $D_l < \dfrac{L+\mu\Delta}{p}$ 和 $D_h < \dfrac{L+\mu\Delta}{p}$ 可以得到 Ω_{IC}^*。在最適報酬規則下，$P_{IC}^* = (1-\mu)\Delta$。

2.6.2.2 一般情況：Y_l^* 與 Y_h^* 不預先受限

定義一個臨界值 μ_{IC}^h 滿足：

$$(1-\mu_{IC}^h)\Delta = \max\{P_{IC}^- - L, 0\}. \tag{25}$$

由 (23) 式可知：$0 < \mu_{IC}^+ < \mu_{IC}^- < \mu_{IC}^h \leqslant 1$.
同時定義：

$$P_\beta^+ = \frac{1}{2}(\Delta - \frac{\rho\psi}{\theta^2} + \sqrt{(\Delta + \frac{\rho\psi}{\theta^2})^2 - \frac{2\psi}{\theta^2}[(I-L)+\mu\rho\Delta]}), \text{ 其中}\rho \equiv \frac{1-\beta}{2\beta-1}. \tag{26}$$

Yerramilli 根據投資人與經理人之間的再談判問題，提出了投資人控制下的最適契約，即下列命題 iv。

命題 iv （請見 Yerramilli 2011, Propsition 6, p.720.）

(i) 當投資人控制（$\Phi = IC$）滿足式 (25) 與式 (23) 的限制條件時，則此契約在下述條件下是可行的：

(ia) 當 $\mu \leqslant \mu_{IC}^-$ 時，$\Phi = IC$ 契約必定可行；

(ib) 當 $\mu_{IC}^- < \mu < \mu_{IC}^h$ 時，存在一個臨界值 $\beta_{IC}^h < 1$ 使得當 $\beta > \beta_{IC}^h$，$\Phi = IC$ 契約可行。

(ii) 當投資人控制（$\Phi = IC$）可行時，最適報酬規則 Ω_{IC}^* 為：

(iia) 如果 $\mu \leqslant \mu_{IC}^+$，則由 $D_l = D_h = \frac{pR-P_{IC}^+}{p}$ 可以得到 Ω_{IC}^*。此契約是不會導致再談判的，因為投資人在營運狀況「好」的情況下不會要脅經理人。此時 $P_{IC}^* = P_{IC}^+$。

(iib) 如果 $\mu > \mu_{IC}^+$,則最適報酬規則為:$Y_l = L$,$Y_h = \max\{0, L - \frac{P_\beta^+ - (1-\mu)\Delta}{2\beta-1}\}$，$D_l < \frac{L+\mu\Delta}{p}$ 和 $D_h < \frac{Y_h+\mu\Delta}{p}$。在最適報酬規則下的 P_{IC}^* 為：

$$P_{IC}^* = \min\{P_\beta^+, (1-\mu)\Delta + (2\beta-1)L\}.$$

2.6.3 最適契約 (Ω^*, Φ^*)

Yerramilli 在給定 $Y_l = Y_h = L$ 時，將最適契約下的條件控制與投資人控制進行比較，推導出特殊化最適控制權與最適契約，即下列命題 v。

命題 v 特殊情況下的最適契約（見 Yerramilli 2011, Propsition 4, p.716.）

假設 $Y_l = Y_h = L$ 與 $(\theta\Delta)^2 > 4\psi(I-L)$。

(i) 若 $\mu \leqslant \mu_{IC}^{+}$，則無論 β 值的大小，投資人控制嚴格優於條件控制。此時，最適契約為 $\Phi^* = IC$ 且報酬規則為 Ω^*，類似命題 *iii* 的 *(i)* 部分。

(ii) 若 $\mu > \mu_{IC}^{+}$, 則存在一個臨界值 $\hat{\beta} < 1$ 使得：

(iia) 若 $\beta \geqslant \hat{\beta}$, 則最適契約為條件控制 $(\Phi^* = CC)$ 且報酬規則為 Ω^* ，類似命題 *ii* 的 *(ii)* 部分。

(iib) 若 $\beta < \hat{\beta}$ 和 $\mu \leqslant \mu_{IC}^{-}$, 則最適契約為投資人控制 $(\Phi^* = IC)$ 且報酬規則為 Ω^* ，類似命題 *iii* 的 *(ii)* 部分。

(iic) 若 $\beta < \hat{\beta}$ 和 $\mu > \mu_{IC}^{-}$, 則不存在最適契約。

(iii) 臨界值 $\hat{\beta}$ 隨 θ，pR，L 和 μ 的增大而減小。

在更一般的情況下（即 Y_l 與 Y_h 不預先給定時），Yerramilli 將最適契約下的條件控制與投資人控制進行比較，推導出一般化最適控制權與最適契約，即下列命題 vi。

命題 vi　一般情況下的最適契約（請見 Yerramilli 2011, Propsition 7, p.720.）

令 μ_{IC}^{l} 滿足 $(1-\mu_{IC}^{l})pR = P_{IC}^{+}$，則可推知：$\mu_{IC}^{l} > \mu_{IC}^{+}$。假設 $(\theta\Delta)^2 > 4\psi(I-L)$.

(i) 若 $\mu < \mu_{IC}^{l}$，則投資人控制為最適控制，無論 β 值的大小。

(ii) 若 $\mu > \mu_{IC}^{l}$，則存在一個臨界值 $\hat{\beta} < 1$ 使得：$\beta \geqslant \hat{\beta}$ 時，最適控制為條件控制；$\beta < \hat{\beta}$ 時最適控制為投資人控制。

命題 v 在給定 $Y_l = Y_h = L$ 時探討了 θ，pR，μ 和 L 的變動對臨界值 $\hat{\beta}$ 產生的影響，Yerramilli 認為 θ，pR，μ 和 L 增大會使臨界值 $\hat{\beta}$ 減小，臨界值 $\hat{\beta}$ 減小意味著最適契約為條件控制，其所需要的條件變得更加容易達到，相當於加強了條件控制而削弱了投資人控制。

在探討一般化條件下的最適契約時（命題 vi），僅能判斷 μ 與 β 是影響最適契約為條件控制抑或投資人控制的重要因素。命題 vi 認為存在一個臨界值 $\hat{\beta}$ 決定了最適契約是條件控制還是投資人控制，但並無法明確得出臨界值 $\hat{\beta}$ 的函數關係，並且也未能精確探討在一般化條件下有哪些因素會影響臨界值 $\hat{\beta}$ 的變化和具體怎樣變化的問題。

必須提醒讀者的是，Yerramilli 對臨界值 $\hat{\beta}$ 變動的分析亦並不完全正確（詳見下一章分析），在一般化情況中更顯得無能為力。本文將在第四章對影響臨界值 $\hat{\beta}$ 的各個因素進行全面而完整的探討。

第三章
投資人立場主導下的均衡分析

本研究改從與 Yerramilli （2011）不同的視角，從投資人主導的立場設計最適控制權契約。本章先進行各種可能控制權機制下報酬條件的均衡分析，下一章進行最適控制權契約的比較。以下分析延續第二章的符號與設定，包括資訊結構、契約形態、假設 1 與 2。

雖然本研究與 Yerramilli (2011) 的邀約者立場不同，最適化的目標函數各異，但是雙方可能面對的資訊不對稱與要脅問題仍然存在而有待克服。故就投資人所主導的報酬分配條件與規定控制權誰屬的配置而言，所面對的限制條件（即可行性限制與誘因相容限制）仍與經理人立場設計契約的限制條件是一樣的——即使追求目標不同，但仍面對相同的可行性限制與誘因相容限制。

因此第二章的分析結果，只要是推論過程獨立於模型之目標函數者，皆為本文所繼承而可引以為用。具體而言，除沿用相關數學符號之定義與概念外，尚包括引用輔理 i（即不論初始契約 (Φ, Ω) 為何，企業事後控制權決策必然為「有效率」決策）與輔理 ii（即滿足經理人誘因相容限制條件下的心力投入水準為 $e_\Phi(\Omega) = \dfrac{\theta P_\Phi(\Omega)}{\psi}$）。

3.1 基本模型

對於給定的契約 (Φ, Ω)，投資人的期望淨報酬為 $S_\Phi(\Omega, e) - I$。本文由投資人提出一個「要麼接受要麼拒絕」的要約，**極大化投資人的淨報酬，亦等同於極大化** $S_\Phi(\Omega, e)$。

由於經理人是剩餘索取者，他的期望報酬為 $V_\Phi(\Omega, e) - S_\Phi(\Omega, e)$。因此在均衡狀態下，經理人的初始心力投入 $e_\Phi(\Omega)$ 須滿足效用極大化的誘因相容限制（incentive compatible constraint）條件（見第二章式 (9)）：

$$e_\Phi(\Omega) = \arg\max_e V_\Phi(\Omega, e) - S_\Phi(\Omega, e) - \frac{\psi e^2}{2}. \tag{27}$$

此外尚需滿足投資人可行性限制

$$S_\Phi(\Omega, e) - I \geqslant 0. \tag{28}$$

與經理人可行性限制

$$V_\Phi(\Omega, e) - S_\Phi(\Omega, e) - \frac{\psi e^2}{2} \geqslant 0. \tag{29}$$

上述目標函數與 (27)-(29) 三個限制條件構成本文之基本模型。

為了分析方便，本文另外定義 $G_\Phi(\Omega)$ 為企業營運狀況「好」的情況下投資人的事後報酬；$B_\Phi(\Omega)$ 為營運狀況「壞」的情況下投資人的事後報酬，分別具體展列如下：

$$\begin{aligned} G_{CC}(\Omega) &= \beta p D_h + (1-\beta) S^g(l, \Omega), & (30)\\ G_{IC}(\Omega) &= \beta S^g(h, \Omega) + (1-\beta) S^g(l, \Omega), & (31)\\ G_{MC}(\Omega) &= \beta p D_h + (1-\beta) p D_l, & (32)\\ G_{ICC}(\Omega) &= \beta S^g(h, \Omega) + (1-\beta) p D_l; & (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{CC}(\Omega) &= \beta Y_l + (1-\beta) S^b(h, \Omega), & (34)\\ B_{IC}(\Omega) &= \beta Y_l + (1-\beta) Y_h, & (35)\\ B_{MC}(\Omega) &= \beta S^b(l, \Omega) + (1-\beta) S^b(h, \Omega), & (36)\\ B_{ICC}(\Omega) &= \beta S^b(l, \Omega) + (1-\beta) Y_h. & (37) \end{aligned}$$

我們首先改寫投資人報酬函數 $S_\Phi(\Omega, e)$（即第二章之 (5)-(8) 式）。運用第二章所定義之 $P_\Phi(\Omega)$（即 (12)-(15) 式）和上列定義 (34)-(37)，可以將投資人報酬方程式 (5)-(8) 改寫成為：

$$S_\Phi(\Omega, e) = \theta e_\Phi(\Omega)(\Delta - P_\Phi(\Omega)) + B_\Phi(\Omega)\text{，其中 } \Phi \in \{IC, MC, CC, ICC\}. \tag{38}$$

運用輔理 ii，將 (16) 式之 $e_\Phi(\Omega)$ 代入上式，$S_\Phi(\Omega, e)$ 可轉化成為：

$$S_\Phi(\Omega) = \frac{\theta^2}{\psi} P_\Phi(\Omega)(\Delta - P_\Phi(\Omega)) + B_\Phi(\Omega) \tag{39}$$

此外，由於 $\Delta - P_\Phi$ 為投資人在營運狀況「好」比營運狀況「壞」時提高的報酬增額；而依照本文定義，在相同條件下投資人的報酬增額又可以表示為 $G_\Phi - B_\Phi$, 故知：

$$\Delta - P_\Phi(\Omega) = G_\Phi(\Omega) - B_\Phi(\Omega). \tag{40}$$

$S_\Phi(\Omega)$ 又可表示為：

$$S_\Phi(\Omega) = \frac{\theta^2}{\psi}[G_\Phi(\Omega) - B_\Phi(\Omega)][\Delta - G_\Phi(\Omega) + B_\Phi(\Omega)] + B_\Phi(\Omega) \tag{39A}$$

運用輔理 ii，滿足誘因相容限制條件 (27) 之心力投入水準為 $e_\Phi(\Omega) = \dfrac{\theta}{\psi}P_\Phi(\Omega)$，將此代入本文基本模型中，可簡化成：

$$\max_{\Phi,\Omega} \quad S_\Phi(\Omega) \tag{41}$$

$$s.t. \quad S_\Phi(\Omega) - I \geqslant 0 \tag{42}$$

$$V_\Phi(\Omega) - S_\Phi(\Omega) - \frac{\theta^2 P_\Phi^2(\Omega)}{4\psi} \geqslant 0, \quad V_\Phi(\Omega) \equiv V_\Phi(\Omega, e_\Phi(\Omega)). \tag{43}$$

請注意，由於 $e_\Phi(\Omega) = \dfrac{\theta}{\psi}P_\Phi(\Omega)$, 故經理人可行性限制 (43) 一定可獲滿足而成為多餘（redundant），[7]因而上述基本模型可以進一步簡化如下：

$$\begin{aligned} \max_{\Phi,\Omega} \quad & S_\Phi(\Omega) \\ s.t. \quad & S_\Phi(\Omega) - I \geqslant 0 \end{aligned}$$

3.2 基本特性

在企業營運狀況「好」、「壞」已見分曉的 T_1 期，企業營運狀況不可能同時呈現「好」和「壞」兩種情況，故依據輔理 i，也不可能同時做出既繼續營運又清算資產的決策。因此方程式（39）或（39A）中的 $B_\Phi(\Omega)$ 與 $G_\Phi(\Omega)$ 兩者是**互相獨立的**（互不產生干擾），我們因此建立下列輔理。

輔理 1. *假設投資人可行性限制條件（42）成立。給定任一控制權安排 $\Phi \in$*

[7]將 (5)-(8) 式以及輔理 ii 的 (16) 式代入經理人效用函數 $V_\Phi(\Omega, e) - S_\Phi(\Omega, e) - \dfrac{\psi e^2}{2}$ 中可知：

$$\begin{aligned} V_\Phi(\Omega, e) - S_\Phi(\Omega, e) - \frac{\psi e^2}{2} &= \theta\Delta e + L - \theta e(\Delta - P_\Phi(\Omega)) + B_\Phi(\Omega) - \frac{\psi e^2}{2} \\ &= \frac{\theta^2 \Delta P_\Phi(\Omega)}{\psi} + L - \frac{\theta^2 P_\Phi(\Omega)}{\psi}(\Delta - P_\Phi(\Omega)) - B_\Phi(\Omega) - \frac{\theta^2 P_\Phi(\Omega)^2}{2\psi} \\ &= \frac{\theta^2 P_\Phi(\Omega)^2}{2\psi} + (L - B_\Phi(\Omega)) \end{aligned}$$

因為 $L - B_\Phi(\Omega) \geqslant 0$ (由 $B_\Phi(\Omega)$ 的定義可知)，故 $\dfrac{\theta^2 P_\Phi(\Omega)^2}{2\psi} + (L - B_\Phi(\Omega)) > 0$。因此可知經理人可行性限制條件 (43) 必定可獲滿足。

$\{CC, IC, MC, ICC\}$，若僅考慮資產清算時的情況，則 $S_\Phi(\Omega)$ 達到最大時之報酬條件 Ω^* 也必使 $B_\Phi(\Omega)$ 達到最大。

證明： 本輔理根據 (39A) 式探究 $S_\Phi(\Omega)$ 與 $B_\Phi(\Omega)$ 的關係。如本節前言所述，出現於 (39A) 中的報酬 $S_\Phi(\Omega)$ 與 $B_\Phi(\Omega)$ **互相獨立**，也就是說 $B_\Phi(\Omega)$ 的變動**並不影響** $G_\Phi(\Omega)$ 的值，故可放心就式 (39A) 對 $B_\Phi(\Omega)$ 進行偏微分而得合理的經濟意義。$B_\Phi(\Omega)$ 對 $S_\Phi(\Omega)$ 的一階微分為：

$$\begin{aligned}\frac{\partial S_\Phi(\Omega)}{\partial B_\Phi(\Omega)} &= \frac{\theta^2}{\psi}(2G_\Phi(\Omega) - 2B_\Phi(\Omega) - \Delta) + 1 \\ &= \frac{\theta^2}{\psi}(\Delta - 2P_\Phi(\Omega)) + 1\end{aligned}$$

由於 $P_\Phi(\Omega) < \Delta$（見輔理 ii），再利用假設 2（即 $\psi > 2\theta\Delta$）即可證得：

$$\frac{\theta^2}{\psi}(\Delta - 2P_\Phi(\Omega)) + 1 > 1 - \frac{\theta^2\Delta}{\psi} > 1 - \frac{\theta^2\Delta}{2\theta\Delta} > 1 - \frac{\theta}{2} > 0. \tag{44}$$

因此 $S_\Phi(\Omega)$ 隨著 $B_\Phi(\Omega)$ 的增大而嚴格增大。若欲調整報酬規則將 $S_\Phi(\Omega)$ 極大化，則必須滿足 $B_\Phi(\Omega)$ 的極大化條件。

Q.E.D.

輔理 2. 給定任一控制權安排 $\Phi \in \{CC, IC, MC, ICC\}$，設滿足問題 $\max\limits_{\Omega} B_\Phi(\Omega)$ 的最適報酬規則 $(D_l^\Phi, D_h^\Phi, Y_l^\Phi, Y_h^\Phi)$ 與投資人可行性限制條件（42）相容，則此規則必然滿足：

$$Y_l^{CC} = L, \quad Y_h^{CC} \geqslant \mu L. \tag{45}$$

$$Y_l^{IC} = L, \quad Y_h^{IC} = L. \tag{46}$$

$$Y_l^{MC} \geqslant \mu L, \quad Y_h^{MC} \geqslant \mu L. \tag{47}$$

$$Y_l^{ICC} \geqslant \mu L, \quad Y_h^{ICC} = L. \tag{48}$$

證明： 利用輔理 1 可知，若給定 Φ，最適報酬 Ω^* 須滿足 $\Omega^* \in \arg\max\limits_{\Omega} B_\Phi(\Omega)$；具體而言:

(1) 當 $\Phi = CC$ 時，依據定義 (34)，問題 $\max\limits_{\Omega} B_{CC}(\Omega)$ 表示為：

$$\begin{aligned}\max_{\Omega} B_{CC}(\Omega) &= \beta Y_l + (1-\beta) S^b(h,\Omega) \\ &= \beta Y_l + (1-\beta)\min\{Y_h, \mu L\}.\end{aligned}$$

此情況下，只有當 $Y_l^{CC} = L$, $Y_h^{CC} \geqslant \mu L$ 時，才使 $B_{CC}(\Omega)$ 達到最大。

(2) 同理，當 $\Phi = IC$ 時，依據定義 (35)，問題 $\max\limits_{\Omega} B_{IC}(\Omega)$ 表示為：

$$\max_{\Omega} B_{IC}(\Omega) = \beta Y_l + (1-\beta) Y_h.$$

此情況下，只有當 $Y_l^{IC} = Y_h^{IC} = L$ 時，才使 $B_{IC}(\Omega)$ 達到最大。

(3) 當 $\Phi = MC$ 時，依據定義 (36)，問題 $\max\limits_{\Omega} B_{MC}(\Omega)$ 表示為：

$$\begin{aligned}\max_{\Omega} B_{MC}(\Omega) &= \beta S^b(l,\Omega) + (1-\beta) S^b(h,\Omega) \\ &= \beta \min\{Y_l, \mu L\} + (1-\beta)\min\{Y_h, \mu L\}\end{aligned}$$

此情況下，只有當 $Y_l^{MC} \geqslant \mu L$, $Y_h^{MC} \geqslant \mu L$ 時，才使 $B_{MC}(\Omega)$ 達到最大。

(4) 當 $\Phi = ICC$ 時，依據定義 (37)，問題 $\max\limits_{\Omega} B_{ICC}(\Omega)$ 表示為：

$$\begin{aligned}\max_{\Omega} B_{ICC}(\Omega) &= \beta S^b(l,\Omega) + (1-\beta) Y_h \\ &= \beta \min\{Y_l, \mu L\} + (1-\beta) Y_h\end{aligned}$$

此情況下，只有當 $Y_l^{ICC} \geqslant \mu L$, $Y_h^{ICC} = L$ 時，才使 $B_{ICC}(\Omega)$ 達到最大。

Q.E.D.

輔理 3. 給定 Φ，若最適契約（亦即 $B_\Phi(\Omega)$ 為最大時）之報酬規則 Ω^* 存在且與投資人可行性限制條件（*42*）相容，則 $B_\Phi(\Omega^*)$ 必為定值。

證明：將輔理 2 的式 (45)-(48) 代入 $B_\Phi(\Omega)$ 的定義式 (34)-(37) 中，可分別得出：

$$\begin{aligned}
B_{CC}(\Omega^*) &= \beta Y_l^{CC} + (1-\beta)\min\{Y_h^{CC}, \mu L\} \\
&= \beta L + (1-\beta)\mu L. \quad \because Y_l^{CC} = L, Y_h^{CC} \geqslant \mu L. && (49) \\
B_{IC}(\Omega^*) &= \beta Y_l^{IC} + (1-\beta) Y_h^{IC} \\
&= L, \quad \because Y_l^{IC} = Y_h^{IC} = L. && (50) \\
B_{MC}(\Omega^*) &= \beta \min\{Y_l^{MC}, \mu L\} + (1-\beta)\min\{Y_h^{MC}, \mu L\} \\
&= \mu L, \quad \because Y_l^{MC} \geqslant \mu L, Y_h^{MC} \geqslant \mu L. && (51) \\
B_{ICC}(\Omega^*) &= \beta \min\{Y_l^{ICC}, \mu L\} + (1-\beta) Y_h^{ICC} \\
&= \beta\mu L + (1-\beta)L. \quad \because Y_l^{ICC} \geqslant \mu L, Y_h^{ICC} = L. && (52)
\end{aligned}$$

Q.E.D.

輔理 4. *假設投資人可行性限制 (42) 成立（則最適契約的報酬規則 Ω^* 存在），此時必然存在一個臨界值 $\bar{P}_\Phi = \dfrac{\Delta}{2}$，使得：*

(i) $S_\Phi(\Omega)$ 的最大值 S_Φ^* 在 $P_\Phi(\Omega) = P_\Phi(\Omega^*) = \bar{P}_\Phi = \dfrac{\Delta}{2}$ 時成立；

(ii) 當 $P_\Phi(\Omega) < \bar{P}_\Phi$ 時，$S_\Phi(\Omega)$ 隨著 $P_\Phi(\Omega)$ 的增大而增大；當 $P_\Phi(\Omega) > \bar{P}_\Phi$ 時，$S_\Phi(\Omega)$ 隨著 $P_\Phi(\Omega)$ 的增大而減小。

證明：在最適契約條件下，由輔理 3 可知 $B_\Phi(\Omega^*)$ 為定值，因此根據方程式 (39)，P_Φ 對 $S_\Phi(\Omega)$ 的一階條件和二階條件不受 $B_\Phi(\Omega^*)$ 的影響：

$$\frac{\partial S_\Phi(\Omega)}{\partial P_\Phi(\Omega)} = \frac{\theta^2}{\psi}(\Delta - 2P_\Phi(\Omega)) = 0 \tag{53}$$

$$\frac{\partial^2 S_\Phi(\Omega)}{\partial P_\Phi^2(\Omega)} = -\frac{2\theta^2}{\psi} < 0. \tag{54}$$

由上列一階條件和二階條件可輕易證明：當 $P_\Phi(\Omega^*) = \bar{P}_\Phi = \dfrac{\Delta}{2}$ 時，$S_\Phi^* = S_\Phi(\Omega^*)$ 存在最大值。

因此當 $P_\Phi(\Omega) < \bar{P}_\Phi$ 時，$S_\Phi(\Omega)$ 隨著 $P_\Phi(\Omega)$ 的增大而增大；當 $P_\Phi(\Omega) > \bar{P}_\Phi$ 時，$S_\Phi(\Omega)$ 隨著 $P_\Phi(\Omega)$ 的增大而減小。

Q.E.D.

命題 1.
對於任何一個逆條件控制（$\Phi = ICC$）或經理人控制（$\Phi = MC$）而言，都至少存在某一個更佳的條件控制（$\Phi = CC$）契約；因而「逆條件控制」和「經理人控制」永遠不可能成為最佳控制權契約。

證明： 請見數學附錄 A。

雖然目標函數不同，命題 1 的原理、經濟意義與第二章命題 i 是相似的。經理人控制（$\Phi = MC$）的優點是當企業在營運狀況「好」的時候可以消除投資人的要脅問題（因為控制權始終掌握在經理人手上）；而缺點是當企業在營運狀況「壞」的時候會對經理人進行獎勵，這會削弱經理人的誘因；而條件控制（$\Phi = CC$）是當企業營運狀況「壞」的時候會有 $\beta > \frac{1}{2}$ 的機率將控制權交給投資人，可是會有 $1 - \beta$ 的機率會讓投資人在營運狀況「好」的時候發生要脅問題。因此，「條件控制」雖然無法完全消除投資人的要脅問題，卻可以在營運狀況「好」的情況下由經理人擁有控制權，並且可以設計給投資人一個低的報酬來削弱投資人要脅的誘因。總的來說，經理人控制之契約要劣於條件控制之契約（詳見附錄 A.1. 之證明）。

企業通過在營運狀況「好」的時候對經理人進行獎勵、在營運狀況「壞」的時候對經理人進行懲罰來增強經理人的誘因；而很明顯的是，在逆條件控制下是通過在營運狀況「好」的時候對經理人進行懲罰、在營運狀況「壞」的時候對經理人進行獎勵來減弱經理人的誘因。因此逆條件控制（$\Phi = ICC$）要劣於條件控制（$\Phi = CC$）（詳見附錄 A.2. 之證明）。

命題 1 的成立，使我們在下一章可以僅討論「條件控制」與「投資人控制」的情況。

第四章
投資人立場主導下的最適契約

上一章論證了四種不同的控制權契約中，任意的「經理人控制」與「逆條件控制」都可置換成「條件控制」而結果更佳。因此本文以下僅探討「條件控制」與「投資人控制」。

在比較兩種不同控制權契約之間孰優孰劣之前，必須首先確保兩種控制權契約都是可行的（feasible）。以下分別論述「條件控制」與「投資人控制」可行的條件，並在此基礎上討論哪種控制權為最適契約。首先我們討論「條件控制」與「投資人控制」在 T_1 期的要脅問題，建立下列輔理。

輔理 5.

假設投資人擁有控制權，則在營運狀況「好」的情況下，他可能經過「再談判」做出繼續營運的決策；而發生再談判的充要條件為：

(i) 在 $\Phi = CC$ 時：

$$L + \mu\Delta > pD_l^{CC}，亦即\ (1-\mu)\Delta < p(R - D_l^{CC}). \tag{55}$$

(ii) 在 $\Phi = IC$ 時：

$$L + \mu\Delta > pD_r^{IC}，亦即\ (1-\mu)\Delta < p(R - D_r^{IC}),\ r \in \{l, h\}. \tag{56}$$

證明：根據輔理 i，若投資人在企業營運狀況「好」時擁有控制權，企業（可能）經過再談判而繼續營運，此情況下之充要條件為：

$$Y_r^{\Phi} + \mu\Delta > pD_r^{\Phi},\quad r \in \{l, h\}. \tag{57}$$

在條件控制（$\Phi = CC$）下，當 $r = h$ 時，經理人擁有控制權，不會產生要脅的再談判問題；當 $r = l$ 時，投資人擁有控制權，此時可能產生要脅的再談判問題。根據輔理 2 可知 $Y_l^{CC} = L$，因此發生再談判的充要條件為：$L+\mu\Delta > pD_l^{CC}$。

在投資人控制（$\Phi = IC$）下，因為控制權始終在投資人手上，因此 $r = l$ 或 $r = h$ 時皆可能發生再談判問題。根據輔理 2 可知 $Y_l^{IC} = Y_h^{IC} = L$，因此發生再談判的充要條件為：$L + \mu\Delta > pD_r^{IC}$，$r \in \{l, h\}$。

Q.E.D.

若最適報酬規則 Ω^* 存在，根據輔理 2 與輔理 3 可確定清算下的報酬 (Y_l^Φ, Y_h^Φ) 而使得情況「壞」時投資人報酬 $B_\Phi(\Omega^*)$ 成為定值。因此在探討「條件控制」和「投資人控制」的最適報酬規則時，只需考慮情況「好」時投資人報酬 $G_\Phi(\Omega^*)$ 的決定，也就是考慮 (D_l^Φ, D_h^Φ) 之變動的影響。以下分別論述之。

4.1 條件控制（$\Phi = CC$）的情形

一個 $\Phi = CC$ 的可行契約，必須滿足限制條件（42）式：$S_{CC}(\Omega, e_{CC}(\Omega)) \geqslant I$。根據（16）式，$e_{CC} = \dfrac{\theta P_{CC}}{\psi}$。投資人在營運狀況「壞」下的報酬為 $L-(1-\beta)(1-\mu)L$，在營運狀況「好」下的報酬增量為 $G_{CC}(\Omega) - B_{CC}(\Omega) = \Delta - P_{CC}$ (見 (40) 式)。因此可行性限制可以改寫為：

$$\frac{\theta^2 P_{CC}}{\psi}(\Delta - P_{CC}) - [I - L + (1-\beta)(1-\mu)L] \geqslant 0. \tag{58}$$

滿足上述限制條件的 P_{CC} 值為 $P_{CC} \in [P_{CC}^-, P_{CC}^+]$，而

$$P_{CC}^{\pm} \equiv \frac{1}{2}(\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 - \frac{4\psi(1 - L + (1-\beta)(1-\mu)L)}{\theta^2}}). \tag{59}$$

顯然，當$(\theta\Delta)^2 \geqslant 4\psi[I - L + (1-\beta)(1-\mu)L]$ 時上式才有意義。 (60)

若細心加以比對即可發現，式 (58)-(60) 三條方程式分別與第二章之 (18)-(20) 三條方程式完全相同。然而第二章相同的三條方程式乃在特殊前提假設（$Y_l = Y_h = L$）下所得出，本章上列三條方程式則無此前提限制，而且由 (59) 式可知：$\bar{P}_{CC}\big(= \dfrac{\Delta}{2}\big)$ 必然存在於 P_{CC} 之可行區間 $[P_{CC}^-, P_{CC}^+]$ 之內。

根據輔理 4，如果可行性限制 (42) 式成立，則 $S_\Phi(\Omega)$ 的最大值 $S_\Phi(\Omega^*)$ 必然存在於 $P_\Phi(\Omega^*) = \bar{P}_\Phi = \dfrac{\Delta}{2}$ 之時。由於 $P_\Phi^-(\Omega) \leqslant P_\Phi(\Omega^*) \leqslant P_\Phi^+(\Omega)$，故知 Ω^* 滿足投資人可行性限制條件，我們因此可得下列命題。

命題 2.
如果條件 (60) 成立，則存在最適報酬規則 Ω_{CC}^* 使得 $P_{CC}(\Omega^*) = \bar{P}_{CC} = \dfrac{\Delta}{2}$，並

且最適報酬條件 (D_l^{CC}, D_h^{CC}) 滿足：

$$\bar{P}_{CC}+(1-\beta)(1-\mu)L = \beta p(R-D_h^{CC})+(1-\beta)\min\{p(R-D_l^{CC}),(1-\mu)\Delta\}. \quad (61)$$

此情況下無論是否發生再談判，投資人最適報酬 S_{CC}^{*} 皆為

$$S_{CC}^{*} = S_{CC}(\Omega^{*}) = \frac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \beta L + (1-\beta)\mu L. \quad (62)$$

證明： (12) 式定義：$P_{CC}(\Omega) = \Delta - \beta p D_h - (1-\beta)S^g(l,\Omega) + \beta Y_l + (1-\beta)S^b(h,\Omega)$。

利用假設 1（即 $\Delta \equiv pR - L$）與輔理 2（$Y_l^{CC} = L$, $Y_h^{CC} \geqslant \mu L$），上式可改變成下列方程式：

$$\begin{aligned}
P_{CC}(\Omega) &= pR - \beta p D_h - (1-\beta)\max\{pD_l, L+\mu\Delta\} - L + \beta L + (1-\beta)\min\{Y_h^{CC}, \mu L\} \\
&= \beta p(R-D_h) + (1-\beta)[pR - \max\{pD_l, L+\mu\Delta\}] - [(1-\beta)L - (1-\beta)\mu L] \\
&= \beta p(R-D_h) + (1-\beta)\min\{p(R-D_l), (1-\mu)\Delta\} - (1-\beta)(1-\mu)L.
\end{aligned}$$

上式又可改變成為：

$$P_{CC}(\Omega)+(1-\beta)(1-\mu)L = \beta p(R-D_h)+(1-\beta)\min\{p(R-D_l),(1-\mu)\Delta\}. \quad (63)$$

由於 $P_{CC}(\Omega^{*}) = \bar{P}_{CC} = \dfrac{\Delta}{2}$ 可滿足投資人可行性限制，而輔理 5 已證明，最適解 $S_{CC}^{*} = S_{CC}(\Omega^{*})$ 必存在於 $P_{CC}(\Omega^{*}) = \bar{P}_{CC} = \dfrac{\Delta}{2}$ 處；所以我們可將 $\Omega = \Omega^{*}$ 代入 (63) 式求解 Ω^{*} 中的 (D_l^{CC}, D_h^{CC})，亦即：

$$\bar{P}_{CC}+(1-\beta)(1-\mu)L = \beta p(R-D_h^{CC})+(1-\beta)\min\{p(R-D_l^{CC}),(1-\mu)\Delta\}. \quad (64)$$

無論是否發生再談判，上式都成立。此時根據 $P_{CC}(\Omega^{*}) = \bar{P}_{CC}$，式 (39) 以及輔理 3 可知投資人最適報酬為：

$$\begin{aligned}
S_{CC}(\Omega^{*}) &= \frac{\theta^2}{\psi}\bar{P}_{CC}(\Delta - \bar{P}_{CC}) + B_{CC}(\Omega^{*}) \\
&= \frac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \beta L + (1-\beta)\mu L.
\end{aligned}$$

Q.E.D.

第二章中命題 ii 的最適解須利用 P_{CC} 的端點 (P_{CC}^{+}) 求得，並且需要設定 $D_l^{CC} = D_h^{CC}$ 此一嚴格條件, 才能判斷發生或不發生再談判下的最適契約條件 D_r^{CC} 的情形（見 Yerranmilli 2011, Proof of Propsition 2, p.722）。相較之下，本

文命題 2 的最適解在 P_{CC} 的內點（$\bar{P}_{CC}$）中即可得確定；若欲探討是否在最適報酬條件 (D_l^{CC}, D_h^{CC}) 下發生再談判，則只需再佐以輔理 5 即可輕易判斷得知，不必如 Yerramilli （2011）再假設更嚴格的 $D_l^{CC} = D_h^{CC}$ 條件。

命題 2A.

當設定 $D_l^{CC} = D_h^{CC} = D^{CC}$ 時:

(i) 如果 $\bar{P}_{CC} \leqslant (1-\mu)\Delta - (1-\beta)(1-\mu)L$，則存在報酬條件 D^{CC} 滿足:

$$p(R - D^{CC}) = \frac{\Delta}{2} + (1-\beta)(1-\mu)L. \tag{65}$$

在此報酬規則下，$pD_l^{CC} \geqslant L + \mu\Delta$。因此在營運狀況「好」時即使投資人擁有控制權，也不會出現對經理人要脅的再談判問題。

(ii) 如果 $\bar{P}_{CC} > (1-\mu)\Delta - (1-\beta)(1-\mu)L$，則存在報酬條件 D^{CC}，其中 $D_h^{CC} = D_l^{CC} = D^{CC} < \dfrac{L+\mu\Delta}{p}$ 且 D^{CC} 滿足下述條件:

$$\beta p(R - D^{CC}) = \frac{\Delta}{2} - (1-\beta)(1-\mu)(\Delta - L). \tag{66}$$

在此契約條件下，$pD_l^{CC} < L + \mu\Delta$。因此在營運狀況「好」時若投資人擁有控制權，會迫使經理人進行再談判來提高自己的報酬到 $L + \mu\Delta$ 水準。

證明: 令 $D_l^{CC} = D_h^{CC} = D^{CC}$，並代入式（64）中可得:

$$\bar{P}_{CC} + (1-\beta)(1-\mu)L = \beta p(R - D^{CC}) + (1-\beta)\min\{p(R - D^{CC}), (1-\mu)\Delta\}. \tag{64A}$$

(i) 如果 $\bar{P}_{CC} + (1-\beta)(1-\mu)L \leqslant (1-\mu)\Delta$，由（64A）式可知 $p(R - D_l^{CC}) \leqslant (1-\mu)\Delta$（即 $pD_l^{CC} \geqslant L + \mu\Delta$）。依據輔理 5 可知，此時投資人不提出再談判要求；同時亦存在 D^{CC} 滿足 $\bar{P}_{CC} + (1-\beta)(1-\mu)L = p(R - D_l^{CC})$。

(ii) 如果 $\bar{P}_{CC} + (1-\beta)(1-\mu)L > (1-\mu)\Delta$，由（64A）式可知 $p(R - D_l) > (1-\mu)\Delta$（即 $pD_l < L + \mu\Delta$），依據輔理 5 可知，此時投資人必然提出再談判要求；同時亦存在 D^{CC} 滿足 $\bar{P}_{CC} + (1-\beta)(1-\mu)L = \beta p(R - D^{CC}) + (1-\beta)(1-\mu)\Delta$，其中 $D^{CC} = D_h^{CC} = D_l^{CC} < \dfrac{L+\mu\Delta}{p}$。

Q.E.D.

命題 2A 之所以設定與命題 ii 相同的前提（$D_l^{CC} = D_h^{CC}$），乃是便於讀者與 Yerramilli（2011）的推論結果對照。命題 2A 與第二章的命題 ii 所不同的地方在於：在探討最適 P_{CC} 時，命題 ii 所採用之內點解未必與可行性限制相容，因此必須設定為端點 (P_{CC}^+) 的情形；而命題 2A 存在內點 ($\bar{P}_{CC}$) 而與可行性限制相容。

4.2 投資人控制（$\Phi = IC$）的情形

在「投資人控制」的情況下，根據輔理 2，在營運狀況「壞」時的投資人最適報酬為 $Y_l^{IC} = Y_h^{IC} = L$，在營運狀況「好」時的報酬增量為 $G_{IC}(\Omega) - B_{IC}(\Omega) = \Delta - P_{IC}$ (見 (40) 式)。因此可行性限制條件 (42) 可改寫成 $[(\Delta - P_{IC}) + L] - I \geqslant 0$，亦即：

$$\frac{\theta^2 P_{IC}}{\psi}(\Delta - P_{IC}) - (I - L) \geqslant 0, \tag{67}$$

$P_{IC} \in [P_{IC}^-, P_{IC}^+]$，其中 P_{IC}^- 和 P_{IC}^+ 為：

$$P_{IC}^{\pm} \equiv \frac{1}{2}(\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 - \frac{4\psi(1-L)}{\theta^2}}). \tag{68}$$

同理，上式成立則必須滿足：$(\theta\Delta)^2 \geqslant 4\psi(I - L)$. (69)

以上三式分別與第二章之 (21)-(23) 式完全相同。值得注意的是，$\Phi = IC$ 時可行性限制 (42) 或 (67) 之成立除了必須滿足條件 (69) 以外，尚必須對 μ 的参数空间有所局限。為了展示此一限制，我們定義 μ_{IC}^- 滿足

$$(1-\mu_{IC}^-)\Delta = P_{IC}^-. \tag{70}$$

數學附錄 B 證明，投資人控制（$\Phi = IC$）契約若可行，除了條件 (69) 之外，還必須滿足：

$$(1-\mu)\Delta \geqslant P_{IC}^-, \quad \text{亦即} \quad \mu \leqslant \mu_{IC}^-. \tag{71}$$

條件 (71) 與第二章之條件 (24) 完全相同。和上一節情況類似，在投資人控制時，根據 (68) 式可知：$\bar{P}_{IC}(= \dfrac{\Delta}{2})$ 必然落於 P_{IC} 之可行區間 $[P_{IC}^-, P_{IC}^+]$ 之中。然而第二章中同樣的五條方程式乃在特殊前提（$Y_l = Y_h = L$）下所得出，本章上列五條方程式則無此前提限制。

命題 3.
假設條件 (69) 和 (71) 成立。因此最適報酬規則 Ω_{IC}^* 存在，此外：
(i) 當 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時，最適報酬條件 (D_l^{IC}, D_h^{IC}) 滿足：

$$\beta \min\{p(R - D_h^{IC}), (1-\mu)\Delta\} + (1-\beta)\min\{p(R - D_l^{IC}), (1-\mu)\Delta\} = \frac{\Delta}{2} \quad (72)$$

此情況下未必導致要脅的再談判;但無論再談判是否發生,皆滿足 $P_{IC}(\Omega^*) = \bar{P}_{IC} = \dfrac{\Delta}{2}$，而且投資人最適報酬 S_{IC}^* 為

$$S_{IC}^* = S_{IC}(\Omega^*) = \frac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + L. \quad (73)$$

(ii) 當 $\dfrac{1}{2} < \mu \leqslant \mu_{IC}^-$ 時，最適報酬條件 (D_l^{IC}, D_h^{IC}) 滿足 $D_l^{IC}, D_h^{IC} \leqslant \dfrac{L+\mu\Delta}{p}$。

此時投資人在營運狀況「好」時會迫使經理人進行再談判來提高自己的報酬達到 $L + \mu\Delta$，而且 $P_{IC}(\Omega^*) = (1-\mu)\Delta$，

$$S_{IC}^* = S_{IC}(\Omega^*) = \frac{\mu(1-\mu)\theta^2\Delta^2}{\psi} + L. \quad (74)$$

證明：根據 (13) 式定義:$P_{IC}(\Omega) = \Delta - \beta S^g(h,\Omega) - (1-\beta)S^g(l,\Omega) + \beta Y_l + (1-\beta)Y_h$.

利用假設 1（$\Delta \equiv pR - L$）與輔理 2（$Y_l^{IC} = Y_h^{IC} = L$），上式可改變成下列方程式：

$$\begin{aligned}
P_{IC}(\Omega) &= pR - L - \beta S^g(h,\Omega) - (1-\beta)S^g(l,\Omega) + L \\
&= pR - \beta\max\{pD_h, L+\mu\Delta\} - (1-\beta)\max\{pD_l, L+\mu\Delta\} \\
&= \beta(pR - \max\{pD_h, L+\mu\Delta\}) + (1-\beta)(pR - \max\{pD_l, L+\mu\Delta\}) \\
&= \beta\min\{p(R-D_h), (1-\mu)\Delta\} + (1-\beta)\min\{p(R-D_l), (1-\mu)\Delta\} \\
&\leqslant (1-\mu)\Delta. \quad (75)
\end{aligned}$$

(i) 當 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時，輔理 4 已證明，若不違背可行性限制，最適解 Ω^* 必存在於 $P_{IC}(\Omega^*) = \bar{P}_{IC} = \dfrac{\Delta}{2}$ 處；所以我們可將 $\Omega = \Omega^*$ 代入 (75) 式求解 Ω^* 中的 (D_l^{IC}, D_h^{IC})。亦即存在 (D_l^{IC}, D_h^{IC}) 滿足下列條件：

$$\begin{aligned}
\beta\min\{p(R-D_h^{IC}), (1-\mu)\Delta\} + (1-\beta)\min\{p(R-D_l^{IC}), (1-\mu)\Delta\} &= P_{IC}(\Omega^*) \\
&= \bar{P}_{IC} = \frac{\Delta}{2}
\end{aligned} \quad (76)$$

根據輔理 5 可知，此情況下發生再談判的充要條件為 $p(R-D_r^{IC})>(1-\mu)\Delta$(或 $D_r^{IC}<\dfrac{L+\mu\Delta}{p}$)，而滿足 (76) 式的 (D_l^{IC},D_h^{IC}) 解，可能滿足也可能違背此條件，故知此情況下可能發生再談判，也可能不發生再談判，但是無論再談判是否發生，都存在最適解 Ω^* 使得上式成立。此時根據式 (39) 以及輔理 3 可知，投資人最適報酬 S_{IC}^* 為：

$$\begin{aligned}S_{IC}^* = S_{IC}(\Omega^*) &= \frac{\theta^2}{\psi}\bar{P}_{IC}(\Delta-\bar{P}_{IC})+B_{IC}(\Omega^*)\\ &= \frac{\theta^2}{\psi}\bar{P}_{IC}(\Delta-\bar{P}_{IC})+L\\ &= \frac{\theta^2\Delta^2}{4\psi}+L\end{aligned}$$

(ii) 當 $\dfrac{1}{2}<\mu\leqslant\mu_{IC}^-$ 時，若 $P_{IC}(\Omega^*)=\bar{P}_{IC}=\dfrac{\Delta}{2}$ 則與 (75) 產生衝突，所以最適報酬規則 Ω^* 並不存在於 $P_{IC}(\Omega^*)=\dfrac{\Delta}{2}$ 之處。根據輔理 4.(ii)，當 $P_{IC}(\Omega)<\bar{P}_{IC}(=\dfrac{\Delta}{2})$ 時，$S_{IC}(\Omega)$ 是 $P_{IC}(\Omega)$ 的嚴格增函數；因此極大 $S_{IC}^*=S_{IC}(\Omega^*)$ 存在於極大 $P_{IC}(\Omega)$ 之處；而根據式 (75) 可知，此情況下之極大化 $P_{IC}(\Omega)$ 值（即 $P_{IC}(\Omega^*)$），等於 $(1-\mu)\Delta$。此時最適報酬條件 (D_l^{IC},D_h^{IC}) 滿足 (75) 式，亦即 $p(R-D_r^{IC})>(1-\mu)\Delta$，或 $D_r^{IC}<\dfrac{L+\mu\Delta}{p}$，$r\in\{l,h\}$。根據輔理 5 可知，此時會發生再談判，投資人通過要脅使報酬提高到 $L+\mu\Delta$ 水準。我們將此 $P_{IC}(\Omega^*)$ 值代入式 (39) 並考慮輔理 3，即可計算出

$$\begin{aligned}S_{IC}^* = S_{IC}(\Omega^*) &= \frac{\theta^2}{\psi}P_{IC}(\Omega^*)(\Delta-P_{IC}(\Omega^*))+B_{IC}(\Omega^*)\\ &= \frac{\mu(1-\mu)\theta^2\Delta^2}{\psi}+L.\end{aligned}$$

Q.E.D.

第二章中命題 iv 的最適解须利用 P_{IC} 的端點 (P_{IC}^+) 求得，並且需要設定 $D_l^{IC}=D_h^{IC}$ 此一嚴格條件才能判斷發生或不發生再談判下的最適契約條件 (D_r^{IC}) 的情形（見 Yerranmilli 2011, Proof of Propsition 6, p.724）。相較之下，雖然命題 3.(ii). 與第二章命題 iv 的相對應部分一致；但命題 3.(i). 的最適解在 P_{IC} 的內點（$\bar{P}_{IC}$）中即可得確定，若欲探討是否在最適報酬條件 (D_l^{IC},D_h^{IC}) 下發生再談判，則只需再佐以輔理 5 即可輕易判斷得知。命題 iv 推斷在 $\mu\leqslant\mu^+(<\dfrac{1}{2})$ 時，最適契約不會導致再談判；然而命題 3 證明在不限定 $D_l^{IC}=D_h^{IC}$ 的情況

下，要脅的再談判問題其實是**可能發生**的（見此命題證明中，式 (76) 下方的說明）。

命題 3A.

設定 $D_l^{IC}=D_h^{IC}=D^{IC}$。

(i) 當 $\mu\leqslant\dfrac{1}{2}$ 時，存在報酬條件 D^{IC} 滿足：

$$D^{IC}=\frac{pR-\bar{P}_{IC}}{p}. \tag{77}$$

在此報酬規則下，$pD^{IC}\geqslant L+\mu\Delta$。因此在營運狀況「好」的情況下，即使投資人擁有控制權，亦不會出現對經理人要脅的再談判問題。

(ii) 當 $\dfrac{1}{2}<\mu\leqslant\mu_{IC}^{-}$ 時，存在報酬條件 D^{IC} 滿足 $D_h^{IC}=D_l^{IC}=D^{IC}\leqslant\dfrac{L+\mu\Delta}{p}$。

在此契約條件下，$pD^{IC}\leqslant L+\mu\Delta$。因此在營運狀況「好」的情況下若投資人擁有控制權，必會迫使經理人進行再談判來提高自己的報酬到 $L+\mu\Delta$ 水準。

證明： 令 $D_l^{IC}=D_h^{IC}=D^{IC}$，並代入式（75）可得：

$$P_{IC}(\Omega)=\min\{p(R-D^{IC}),(1-\mu)\Delta\}\leqslant(1-\mu)\Delta. \tag{75A}$$

(i) 當 $\mu\leqslant\dfrac{1}{2}$ 時，由命題 3.i. 可知，最適報酬條件 Ω^* 存在。將 $P_{IC}(\Omega^*)=\bar{P}_{IC}=\dfrac{\Delta}{2}$ 與 $D_l^{IC}=D_h^{IC}=D^{IC}$ 代入 (75A)，存在最適報酬 $D^{IC}(=\dfrac{pR-\bar{P}_{IC}}{p})$ 滿足 $\bar{P}_{IC}=p(R-D^{IC})$。此時 $p(R-D^{IC})=\dfrac{\Delta}{2}<(1-\mu)\Delta$，由輔理 5 可知此時不發生再談判。

(ii) 當 $\dfrac{1}{2}<\mu<\mu_{IC}^{-}$ 時，由命題 3.ii. 可知最適解 $S_{IC}^*=S_{IC}(\Omega^*)$ 存在於 $P_{IC}(\Omega^*)=(1-\mu)\Delta$ 處。最適報酬條件 D^{IC} 滿足 $D_h^{IC}=D_l^{IC}=D^{IC}<\dfrac{L+\mu\Delta}{p}$，由輔理 5 可知，此時必發生再談判。

Q.E.D.

命題 3A 之所以設定與第二章的命題 iii 相同的前提（$D_l^{IC}=D_h^{IC}$），乃是便於讀者與 Yerramilli （2011）的推論結果對照。命題 3A.(i). 與第二章的命題 iii 相對應部分所不同的地方在於：在探討最適 P_{IC} 時，命題 iii 所採用之內點解未必與可行性限制相容，因此必須設定為端點 (P_{IC}^{+}) 的情形；而命題 3A.(i). 存在內點 $(\bar{P}_{IC})$ 而與可行性限制相容。

4.3 「條件控制」與「投資人控制」的比較

上一節討論了分別在「條件控制」和「投資人控制」時各自存在的最適契約 (最適報酬規則)。然而當條件控制與投資人控制都可行的時候，哪一種控制的報酬更高，是一個值得深入探討的問題。考慮兩種契約都可行的情況，我們假設 $(\theta\Delta)^2 > 4\psi(I-L)$，以及 $\mu \leqslant \mu_{IC}^-$；若 $\mu > \mu_{IC}^-$，則僅有 $\Phi = CC$ 可行。

命題 4 (最適契約，(Φ^*, Ω^*))**.**
(i) 若 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$，則無論 β 的大小，「投資人控制」嚴格優於「條件控制」。此時，最適契約 $\Phi^* = IC$ 且報酬規則 Ω^*，即為命題 3.(i). 部分所描述。此時 $S_{IC}^* - I = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + L - I$。

(ii) 若 $\dfrac{1}{2} < \mu \leqslant \mu_{IC}^-$，則存在一個臨界值 $\hat{\beta} < 1$ 使得：

(iia) 若 $\beta \geqslant \hat{\beta}$，則最適契約為條件控制 $(\Phi^* = CC)$ 且報酬規則為 Ω^*，即命題 2.(ii). 部分所描述。此時，$S_{CC}^* - I = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \beta L + (1-\beta)\mu L - I$。

(iib) 若 $\beta < \hat{\beta}$，則最適契約為投資人控制 $(\Phi^* = IC)$ 且報酬規則為 Ω^*，即命題 3.(ii). 部分所描述。此時，$S_{IC}^* - I = \dfrac{\mu(1-\mu)\theta^2\Delta^2}{\psi} + L - I$。

(iii) 若 $\mu > \mu_{IC}^-$，

(iiia) 若 $\beta \geqslant \hat{\beta}$，則最適契約為條件控制 $(\Phi^* = CC)$ 且報酬規則為 Ω^*，即命題 2.(ii). 部分所描述。此時，$S_{CC}^* - I = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \beta L + (1-\beta)\mu L - I$。

(iiib) 若 $\beta < \hat{\beta}$，則 $\Phi = CC$ 與 $\Phi = IC$ 兩種契約都是不可行的。

證明：
(i) 當 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時，$S_{CC}^* = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \beta L + (1-\beta)\mu L$，$S_{IC}^* = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + L$。

$S_{IC}^* - S_{CC}^* = (1-\beta)(1-\mu)L > 0$，故 Φ_{IC} 優於 Φ_{CC}。

(ii) 當 $\dfrac{1}{2} < \mu \leqslant \mu_{IC}^-$ 時，$S_{CC}^* = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \beta L + (1-\beta)\mu L$，$S_{IC}^* = \dfrac{\mu(1-\mu)\theta^2\Delta^2}{\psi} + L$。

令 $\beta = \hat{\beta}$ 滿足 $S_{IC}^* = S_{CC}^*$,亦即 $\dfrac{\mu(1-\mu)\theta^2\Delta^2}{\psi} + L - [\dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \hat{\beta}L + (1-\hat{\beta})\mu L] = 0$，可計算得出：

$\hat{\beta} = 1 - \dfrac{[\frac{1}{4} - \mu(1-\mu)]\theta^2\Delta^2}{(1-\mu)\psi L}$；而且

當 $\beta \geqslant \hat{\beta}$ 時，$S^*_{IC} \leqslant S^*_{CC}$。即命題 4.(iia). 部分。

當 $\beta < \hat{\beta}$ 時，$S^*_{IC} > S^*_{CC}$。即命題 4.(iib). 部分。

(iii) 當 $\mu > \mu^-_{IC}$ 時，因為「投資人控制」的契約不可行，而「條件控制」的契約只有在 $\beta \geqslant \hat{\beta}$ 的時候才可行。

Q.E.D.

當 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時，「投資人控制」的契約中，投資人在營運狀況「好」的時候固然不會發生要脅問題，而在營運狀況「壞」時投資人亦**不存在**要脅的動機。另一方面，「條件控制」的契約中，投資人在營運狀況「好」時固然不會發生要脅問題，可是在營運狀況「壞」時經理人卻**有誘因**去要脅。因此這種情況下「投資人控制」是嚴格優於「條件控制」的。

當 $\dfrac{1}{2} < \mu < \mu^-_{IC}$ 時，「投資人控制」的契約中，在營運狀況「好」時投資人開始存在要脅問題，並且隨著 μ 的增大變得越來越嚴重，在這種情況下，「條件控制」的主要優勢就體現在了：在營運狀況「好」時可以通過由經理人來控制企業以減弱投資人的要脅問題以降低損失。但是缺點也很明顯，就是在清算資產時必須給經理人 $(1-\beta)(1-\mu)L$ 的報酬。當投資人的相對談判能力 (μ) 提高的時候，經理人的要脅問題會減弱，因為這種情況下投資人獲得了大部分的清算資產之報酬。當中間訊號與企業真實之營運狀況的相關度 (β) 越來越高時，投資人和經理人之間的要脅問題會變得越來越微弱。因此在 μ 和 β 都增加時，「條件控制」會變得更好。若欲使「條件控制」為最適，則必須保證 μ 或/和 β 的數值都高。於是在「投資人控制」與「條件控制」之間存在一個臨界值 $\hat{\beta}$，使得當 $\beta \geqslant \hat{\beta}$ 時，最適契約為「條件控制」$(\Phi^* = CC)$；而當 $\beta < \hat{\beta}$ 時，最適契約為「投資人控制」$(\Phi^* = IC)$。

4.4 θ，pR，μ，ψ 和 L 對臨界值 $\hat{\beta}$ 的影響

在「投資人控制」與「條件控制」的比較中，臨界值 $\hat{\beta}$ 起到了一個關鍵性的作用。為了分析方便，以下令

$$\hat{\beta} = 1 - y,\ \text{而}\ y \equiv \frac{[\frac{1}{4} - \mu(1-\mu)]\theta^2\Delta^2}{(1-\mu)\psi L}. \tag{78}$$

$$\text{由於}\ \frac{\partial y}{\partial \theta} = \frac{2(\frac{1}{4} - \mu(1-\mu))\theta\Delta^2}{(1-\mu)\psi L} > 0,\ \text{因此可知}\ \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \theta} < 0. \tag{79}$$

此表示 θ 提高，則 y 也提高，因此 $\hat{\beta}$ 減小。企業品質（θ）提高，使得「投資人控制」的契約中，在營運狀況「好」的時候投資人對經理人的要脅問題顯得更為突出。因為品質好的企業在營運的時候可以有更大的機率取得好的效益，而投資人也會有更強大的動機去對經理人要脅來獲得更高的報酬。

$$\frac{\partial y}{\partial (pR)} = \frac{2[\frac{1}{4} - \mu(1-\mu)]\theta^2\Delta}{(1-\mu)\psi L} > 0,\ \text{因此}\ \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial (pR)} < 0. \tag{80}$$

此表示企業現金流（pR）增加，則 y 也增加，因此 $\hat{\beta}$ 減小。企業營運狀況「好」的時候若有更高的效益，那麼在「投資人控制」的契約中，投資人會更有動機去對經理人要脅來增加自己的報酬。要脅問題也會隨著企業效益的增加而變得更為嚴重，而「投資人控制」之契約的最優化程度也會得到削減。

$$\frac{\partial y}{\partial \mu} = \frac{\theta^2\Delta^2}{\psi L}[\frac{1}{4(1-\mu)^2} - 1] > 0\ (\text{因為此時}\ \mu > \frac{1}{2}),\ \text{因此}\frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \mu} < 0. \tag{81}$$

此表示 μ 增加，則 y 也增加，因此 $\hat{\beta}$ 減小。投資人議價能力（μ）增加，那麼投資人在再談判的時候就更有話語權。在「投資人控制」的契約中，投資人會更有動機去對經理人要脅來增加自身報酬，而要脅問題變得嚴重之後，會弱化「投資人控制」之契約。

$$\frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{[\frac{1}{4} - \mu(1-\mu)]\theta^2\Delta^2}{(1-\mu)L}(-\frac{1}{\psi^2}) < 0,\ \text{因此}\ \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \psi} > 0. \tag{82}$$

此表示 ψ 增加，則 y 減小，因此 $\hat{\beta}$ 也增加。經理人邊際心力成本（ψ）增加，會減少經理人的心力投入，經理人心力投入的減少會使企業獲得好的營運狀況的機率減小，則投資人的要脅問題會減弱，而「投資人控制」之契約會得到強化。

$$\frac{\partial y}{\partial L} = \frac{[\frac{1}{4} - \mu(1-\mu)]\theta^2}{(1-\mu)\psi}(\frac{L^2 - (pR)^2}{L^2}) < 0,\ 因此\ \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial L} > 0. \tag{83}$$

此表示 L 增加，則 y 減小，因此 $\hat{\beta}$ 也增加。企業清算價值（L）增加，會增加投資人清算所得，因此投資人在再談判的時候以清算為由來對經理人要脅的效果會減弱，因此會強化「投資人控制」之契約。

Yerranmilli (2011) 認為當 $\mu_{IC}^{+} < \mu < \frac{1}{2}$ 時，若 L 提高，則 $\hat{\beta}$ **必然降低**的情形；當 $\mu \geqslant \frac{1}{2}$ 時，他無法確定 $\hat{\beta}$ 與 L 的關係；而 Yerranmilli 在討論 $\hat{\beta}$ 時，忽略了 $\hat{\beta}$ 存在的必要條件應為 $\mu > \mu_{IC}^{+}$，並無先驗理由排除 $\mu > \frac{1}{2}$ 的可能情形。反觀本文的分析，在 $\mu > \frac{1}{2}$ 時，$\frac{\partial \hat{\beta}}{\partial L} > 0$ (見式 (83))，與 Yerramilli 的預測（見 Yerramilli (2011), Proof of Proposition 4, p.723）**正好相反**! 本研究完整分析了 $\hat{\beta}$ 與 L 的關係，改進了 Yerranmilli (2011) 之缺陷。

企業品質（θ）、企業現金流（pR）和投資人相對談判能力（μ）的增加都弱化了最適的「投資人控制」之契約，強化了最優的「條件控制」之契約；而經理人邊際心力成本（ψ）和企業清算價值（L）的增加則會強化最適的「投資人控制」之契約，弱化最適的「條件控制」之契約。因此對於企業品質優秀、企業現金流充足以及投資人相對談判能力強的企業來說，最適的「條件控制」之契約是更加容易實現的；而當經理人邊際心力成本增加或企業清算價值增加時，對於企業來說最適的「投資人控制」之契約更容易實現。

4.5 β 與 μ 對投資人最適 (淨) 報酬的影響

β 與 μ 作為本文兩個關鍵參數，對投資人最適 (淨) 報酬 $S_{\Phi}^{*}(-I)$ 的影響分別表述於命題 5 與命題 6 之中。

命題 5 (β 對投資人最適 (淨) 報酬的影響).

(i) 當 $\mu \leqslant \frac{1}{2}$ 時，投資人報酬不會隨著 β 的改變而改變。

(ii) 當 $\frac{1}{2} < \mu \leqslant \mu_{IC}^{-}$，$\beta < \hat{\beta}$ 時，投資人報酬不會隨著 β 的改變而改變。

(iii) 當 $\frac{1}{2} < \mu \leqslant \mu_{IC}^{-}$，$\beta \geqslant \hat{\beta}$ 時，投資人報酬會隨著 β 的增大而增大。

證明：

(i) 由命題 3 可知，當 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時，$S^*_{IC} = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + L$；而 $\dfrac{\partial(S^*_{IC})}{\partial\beta} = 0.$

此表示投資人報酬不會隨著 β 的改變而改變。

(ii) 當 $\dfrac{1}{2} < \mu \leqslant \mu^-_{IC}$ 時，若 $\beta < \hat{\beta}$，則 $S^*_{IC} = \dfrac{\mu(1-\mu)\theta^2\Delta^2}{\psi} + L$；而 $\dfrac{\partial(S^*_{IC})}{\partial\beta} = 0.$

此表示投資人報酬不會隨著 β 的改變而改變。

(iii) 當 $\dfrac{1}{2} < \mu \leqslant \mu^-_{IC}$ 時，若 $\beta \geqslant \hat{\beta}$，則 $S^*_{CC} = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \beta L + (1-\beta)\mu L$；而 $\dfrac{\partial(S^*_{CC})}{\partial\beta} = (1-\mu)L > 0.$

此表示投資人報酬會隨著 β 的增大而增大。

Q.E.D.

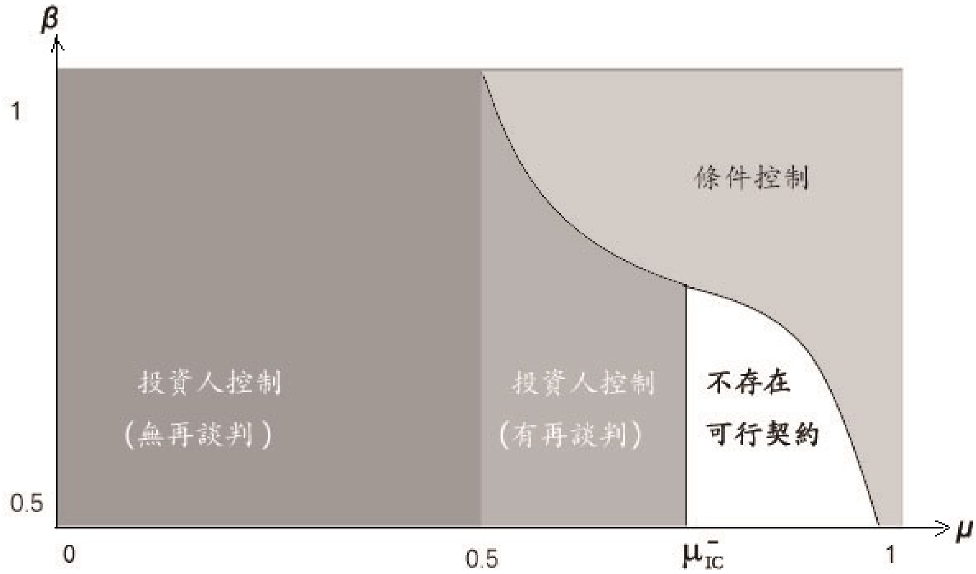

圖 1：在 (β,μ)-空間中的最適控制權契約配置

圖 1 顯示了 β 和 μ 的大小對最適控制權的配置產生的影響。其中最左邊的區域是 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時的情況，當 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時，「投資人控制」是嚴格優於「條件控制」的；當 $\dfrac{1}{2} < \mu \leqslant \mu^-_{IC}$ 時，最適契約在 $\beta \geqslant \hat{\beta}$ 時為「條件控制」，在 $\beta < \hat{\beta}$ 時為「投資人控制」；當 $\mu > \mu^-_{IC}$ 時，只有「條件控制」在 $\beta \geqslant \hat{\beta}$ 時是可行且最適的。

已知臨界值 $\hat{\beta} = \beta(\mu) = 1 - \dfrac{(\frac{1}{4} - \mu(1-\mu))\theta^2\Delta^2}{(1-\mu)\psi L}$，且 $\dfrac{\partial\hat{\beta}}{\partial\mu} < 0$。故知存在反函數 $\hat{\mu} = \mu(\hat{\beta}) = \beta^{-1}(\hat{\beta})$.

命題 6 (μ 對投資人最適 (淨) 報酬的影響).

(i) 當 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時，投資人報酬不會隨著 μ 的改變而改變。

(ii) 當 $\dfrac{1}{2} < \mu \leqslant \hat{\mu}$ 時，投資人報酬會隨著 μ 的增大而減小。

(iii) 當 $\mu \geqslant \hat{\mu}$ 時，投資人報酬會隨著 μ 的增大而增大。

證明：

(i) 當 $\mu \leqslant \dfrac{1}{2}$ 時，$S^*_{IC} = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + L$；而 $\dfrac{\partial(S^*_{IC})}{\partial\mu} = 0.$

此表示投資人淨報酬不會隨著 μ 的改變而改變。

(ii) 當 $\dfrac{1}{2} < \mu \leqslant \hat{\mu}$ 時，$S^*_{IC} = \dfrac{\mu(1-\mu)\theta^2\Delta^2}{\psi} + L$；而 $\dfrac{\partial(S^*_{IC})}{\partial\mu} = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{\psi}(1-2\mu) < 0.$

此表示投資人淨報酬會隨著 μ 的增大而減小。

(iii) 當 $\beta \geqslant \hat{\beta}$，則 $S^*_{CC} = \dfrac{\theta^2\Delta^2}{4\psi} + \beta L + (1-\beta)\mu L$；而 $\dfrac{\partial(S^*_{CC})}{\partial\mu} = (1-\beta)L > 0.$

此表示投資人淨報酬會隨著 μ 的增大而增大。

Q.E.D.

由命題 5 與命題 6 可知，在「條件控制」下，隨著 β 的增加，經理人在營運狀況「好」時擁有控制權的可能性增加，這會增強經理人的誘因，提升投資人淨報酬。而隨著 μ 的增加會減少經理人在清算資產時的報酬，同樣也會增強經理人的誘因，使得投資人淨報酬增加。

對於「投資人控制」而言，當 $\mu < \dfrac{1}{2}$ 時，μ 的增加並不會對投資人淨報酬產生影響，因此在一個低水平的 μ 下，「投資人控制」是最適的，並且不會發生「再談判」問題；而當 $\mu > \dfrac{1}{2}$ 時，隨著 μ 的增加，「投資人控制」雖然依舊是最優的，但是卻會發生「再談判」問題，並且投資人淨報酬會下降；當 μ 超過臨界值 $\hat{\mu}$ 以後，「條件控制」便超過「投資人控制」成為最適控制權分配。

因此當一個企業具有低水準的 μ 時，「投資人控制」之契約便更有可能成為最適契約；而當一個企業具有高水準的 μ 和 β 時，「條件控制」之契約便更有可能成為最適契約（如圖 1 所示）。

第五章
結論

Yerramilli (2011) 改善 Rajan (1992) 模型，探討如何設計不完全契約以提高經理人誘因並降低要脅問題的威脅。該文在並未考慮任何關於經理人私人利益（private benefit）或經理人與投資人之間存在利益衝突（conflict of interests）的特殊假設，在甚為一般化的前提下為「條件控制」提供了一個新的理論架構。

本文繼承 Yerramilli (2011) 的模型，所探討的契約是「不完全」的，因為契約本身無法有效的事先規定企業未來到底是要繼續營運還是清算；同時，一旦投資人的資金具體轉成企業資本，經理人有價值的心力也已經投入，該不完全契約就存在可能的要脅與再談判問題。事後可能存在的要脅問題必然影響事先的合作意願與誘因。本文所描述的控制權契約，乃依據可對第三者證實的業績指標來決定誰擁有繼續營運或者清算資產的決策控制權；但並不忽略企業營運狀況揭曉後，可能通過「再談判」改變決策的可能。

本文探討了在不同參數空間下的最適契約，認為有一類企業適合「條件控制」，這類企業一般都具有企業品質好、效益佳以及投資人談判能力強的特點。現實世界中，當一個企業具有品質優良且營運出色的特點時，投資人是非常願意與之合作的，且幾乎不會去干涉企業的正常營運，除非企業效益變得不好而瀕臨破產才會接手。這種情況在銀行與優質中小企業間的借貸交易中是十分常見的。因此本文可以合理解釋現實世界中存在的現象，為「條件控制」提供了一個理論基礎。

本文與 Yerramilli 不同之處在於改變 Yerramilli (2011) 契約設計之視角。因為市場上資金是稀缺的，因此在現實世界的融資談判中，投資人往往更具有影響融資條件的優勢，以確保債權甚至追求自身報酬極大化的可能，因此本文改從投資人視角下進行契約設計，探究企業融資的最適控制權配置，似更符合實際，而具有現實性。本研究發現在投資人立場主導的均衡狀態依然存在「投資人控制」與「條件控制」具有優勢，最適契約的選擇與 Yerramilli (2011) 有所出入，但本文能進行更精準的推導與論證。此外 Yerramilli 模型之最適契約需要設定更為嚴格的條件才能判斷是否發生再談判問題，而本文並不需要如此嚴格的條件即可判斷。

具體而言，在研究方法上，Yerramilli (2011) 首先探討特殊情況的最適控制權分配，然後才能繼續探討一般化的情形；而本文並不需要探討特殊情況而能直接得到一般化的結論。在研究結論上，Yerramilli 探討條件控制優於投資人控制的條件並不夠明確，尤其是作為影響推論的重要參數——公共資訊與營運狀況的相關係數之臨界值，無法被精確的描述或預測其變動方向；而本文之分析方法能夠確切掌握此參數的函數，精確分析條件控制優於投資人控制的具體條件。在研究過程上，Yerramilli 在分析影響此參數的各因素中，對於企業清算殘餘價值如何影響此參數的論述出現謬誤；本文不僅全面分析了各因素對此參數的影響，而且修正了關於企業清算殘餘價值對此參數影響的論述。

從控制權配置的角度來分析事後控制權誰屬的不完全契約，是一個新穎而具有豐富價值的研究途徑。Aghion and Bolton (1992)，Rajan (1992)，Yerramilli (2011) 等與本文的研究，畢竟仍局限於債權契約（debt contract）的控制權配置，未來可望進一步發展到更多元化的融資工具的研究。

附錄：數學證明與數學符號對照表

附錄 A. 命題 1 的證明。

1. 證明經理人控制（$\Phi = MC$）可被條件控制（$\Phi = CC$）替代：

假設 $\Phi = MC$ 為可行 ($S_{MC}(\Omega, e_{MC}(\Omega)) \geqslant I$)，其報酬規則為 Ω。由式 (32) 可知，$G_{MC}(\Omega) = \beta p D_h + (1-\beta) p D_l$，表示營運狀況「好」的情況下投資人的期望報酬。此時考慮另一種契約 $\Phi = CC$ 和報酬規則 $\hat{\Omega}$，其中 $\hat{Y_h} > \mu L$，$\hat{Y_l} = L$(亦即 $(\hat{Y_l}, \hat{Y_h})$ 滿足輔理 2 之 $\Phi = CC$ 的要求)，而 $(\hat{D_l}, \hat{D_h})$ 滿足 $\beta p \hat{D_h} + (1-\beta) S^g(l, \hat{\Omega}) = G_{MC}(\Omega)$，亦即表示經理人在經營狀況「好」的情況下的期望報酬在兩契約規則中都相等。由定義式 (12) 與式 (14) 分別可知：

$$
\begin{aligned}
P_{CC}(\hat{\Omega}) &= \Delta - [\beta p \hat{D_h} + (1-\beta) S^g(l, \hat{\Omega})] + \beta \hat{Y_l} + (1-\beta)\min\{\hat{Y_h}, \mu L\} \\
&= \Delta - G_{MC}(\Omega) + \beta L + (1-\beta)\mu L. \\
P_{MC}(\Omega) &= \Delta - [\beta p D_h + (1-\beta) p D_l] + \beta S^b(l, \Omega) + (1-\beta) S^b(h, \Omega) \\
&= \Delta - G_{MC}(\Omega) + \beta \min\{\mu L, Y_l\} + (1-\beta)\min\{\mu L, Y_h\}
\end{aligned}
$$

所以 $P_{CC}(\hat{\Omega}) - P_{MC}(\Omega) = \beta L + (1-\beta)\mu L - \beta\min\{\mu L, Y_l\} - (1-\beta)\min\{\mu L, Y_h\}$

$$\geqslant +(1-\beta)\mu L = \beta(1-\mu)L > 0.$$

由輔理 ii 知 e 與 $P_\Phi(\Omega)$ 為正相關，所以從上式可知：$e_{CC}(\hat{\Omega}) > e_{MC}(\Omega)$。

又因為 $S_{CC}(\hat{\Omega}, e) = \theta e[G_{MC}(\Omega) - (\beta L + (1-\beta)\mu L)] + [\beta L + (1-\beta)\mu L]$，其中 $G_{MC}(\Omega) - [\beta L + (1-\beta)\mu L] > 0$ (由假設 1 可推知，投資人在營運狀況「好」時的報酬大於在營運狀況「壞」時的報酬，這是投資人願意讓企業繼續營運的動機)，則 $\dfrac{\partial S_{CC}(\hat{\Omega}, e)}{\partial e} > 0$。我們因此可證：

$$
\begin{aligned}
S_{CC}(\hat{\Omega}, e_{CC}(\hat{\Omega})) &> S_{CC}(\hat{\Omega}, e_{MC}(\Omega)) \\
&= \theta e_{MC} G_{MC}(\Omega) + (1-\theta e_{MC})[\beta L + (1-\beta)\mu L] \\
&> \theta e_{MC} G_{MC}(\Omega) + (1-\theta e_{MC})[\beta\min\{\mu L, Y_l\} + (1-\beta)\min\{\mu L, Y_h\}] \\
&= S_{MC}(\Omega, e_{MC}(\Omega))
\end{aligned}
$$

所以 $S_{CC}(\hat{\Omega}, e_{CC}(\hat{\Omega})) > S_{MC}(\Omega, e_{MC}(\Omega))$。因此可知：對於任意 $\Phi = MC$ 契約，存在一個 $\Phi = CC$ 契約可取代之，而且使投資人得到更高期望報酬。

Q.E.D.

2. 證明逆條件控制（$\Phi = ICC$）可被條件控制（$\Phi = CC$）替代。

假設 $\Phi = ICC$ 為可行 $(S_{ICC}(\Omega, e_{ICC}(\Omega)) \geqslant I)$，其報酬規則為 Ω。由式 (33) 可知，$G_{ICC}(\Omega) = \beta \max\{Y_h + \mu\Delta, pD_h\} + (1-\beta)pD_l$，表示營運狀況「好」的情況下投資人的期望報酬。此時考慮另一種契約 $\Phi = CC$ 和報酬規則 $\hat{\Omega}$，其中 $\hat{Y_h} > \mu L$，$\hat{Y_l} = L$（亦即 $(\hat{Y_l}, \hat{Y_h})$ 滿足輔理 2 之 $\Phi = CC$ 的要求），而 $(\hat{D_l}, \hat{D_h})$ 滿足 $\beta p\hat{D_h} + (1-\beta)S^g(l, \hat{\Omega}) = G_{ICC}(\Omega)$，亦即表示經理人在經營狀況「好」的情況下的期望報酬在兩契約規則中都相等。由定義式 (12) 與式 (15) 分別可知：

$$
\begin{aligned}
P_{CC}(\hat{\Omega}) &= \Delta - [\beta p\hat{D_h} + (1-\beta)S^g(l,\Omega)] + \beta\hat{Y_l} + (1-\beta)\min\{\hat{Y_h}, \mu L\} \\
&= \Delta - G_{ICC}(\Omega) + \beta L + (1-\beta)\mu L. \\
P_{ICC}(\Omega) &= \Delta - \beta S^g(h,\Omega) - (1-\beta)pD_l + \beta S^b(l,\Omega) + (1-\beta)Y_h \\
&= \Delta - G_{ICC}(\Omega) + \beta\min\{\mu L, Y_l\} + (1-\beta)Y_h
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{所以 } P_{CC}(\hat{\Omega}) - P_{ICC}(\Omega) &= \beta L + (1-\beta)\mu L - \beta\min\{\mu L, Y_l\} - (1-\beta)Y_h \\
&\geqslant \beta L + (1-\beta)\mu L - \beta\mu L - (1-\beta)L \\
&= (2\beta - 1)(1-\mu)L \\
&> 0. \quad (\text{因為 } \beta > 0.5)
\end{aligned}
$$

由輔理 ii 知 e 與 $P_\Phi(\Omega)$ 為正變關係，所以從上式可知：$e_{CC}(\hat{\Omega}) > e_{ICC}(\Omega)$。

又因為 $S_{CC}(\hat{\Omega}, e) = \theta e[G_{ICC}(\Omega) - (\beta L + (1-\beta)\mu L)] + [\beta L + (1-\beta)\mu L]$，其中 $G_{ICC}(\Omega) - (\beta L + (1-\beta)\mu L) > 0$(與上文同理可知)，故 $\dfrac{\partial S_{CC}(\hat{\Omega}, e)}{\partial e} > 0$。我們因此可證：

$$
\begin{aligned}
S_{CC}(\hat{\Omega}, e_{CC}(\hat{\Omega})) &> S_{CC}(\hat{\Omega}, e_{ICC}(\Omega)) \\
&= \theta e_{ICC} G_{ICC}(\Omega) + (1 - \theta e_{ICC})[\beta L + (1-\beta)\mu L] \\
&> \theta e_{ICC} G_{ICC}(\Omega) + (1 - \theta e_{ICC})[\beta\min\{\mu L, Y_l\} + (1-\beta)Y_h] \\
&= S_{ICC}(\Omega, e_{ICC}(\Omega))
\end{aligned}
$$

所以 $S_{CC}(\hat{\Omega}, e_{CC}(\hat{\Omega})) > S_{ICC}(\Omega, e_{ICC}(\Omega))$。因此可知：對於任意 $\Phi = ICC$ 契約，存在一個 $\Phi = CC$ 契約可取代之，而且使投資人得到更高期望報酬。

Q.E.D.

附錄 B. 可行的投資人控制契約亦必須滿足 $\mu \leqslant \mu_{IC}^{-}$ 之證明。

由於 $(1-\mu_{IC}^{-})\Delta = P_{IC}^{-}$，故知若 $\mu > \mu_{IC}^{-}$，則 $(1-\mu)\Delta < P_{IC}^{-}$。

在命題 3 之證明中，由方程式 (75) 可知：

$$P_{IC}(\Omega) = \beta \min\{p(R-D_h), (1-\mu)\Delta\} + (1-\beta)\min\{p(R-D_l), (1-\mu)\Delta\}.$$

若 $(1-\mu)\Delta < P_{IC}^{-}$，那麼必然造成 $P_{IC} < P_{IC}^{-}$ 的結果。依據 P_{IC}^{-} 的定義，此必然導致 $\dfrac{\theta^2 P_{IC}}{\psi}(\Delta - P_{IC}) - (I-L) < 0$，而與可行性限制式 (67) 式產生矛盾。因此 $(1-\mu)\Delta \geqslant P_{IC}^{-}$（亦即 $\mu \leqslant \mu_{IC}^{-}$）是 $\Phi = IC$ 可行的必要條件。

附錄 C. 數學符號對照表

I	投資人期初投資所需資金
Δ	企業營運狀況「好」時繼續營運超過「壞」時清算資產的總現金流增額
L	企業清算後之殘餘價值
R	企業營運成功實現的總現金流
p	企業營運成功的機率
θ	企業品質參數
e	經理人的心力投入水準
ψ	經理人心力投入的邊際成本
Φ	控制權分配規則
Ω	還款報酬規則
β	對外可證實的企業過渡期表現與真實營運狀況間的相關係數
r	對外可證實的企業公共資訊，$r \in \{l, h\}$
D_r	企業繼續營運時投資人的報酬
Y_r	企業清算資產時投資人的報酬
μ	T_1 期再談判中投資人相對談判能力
V_Φ	企業期望總現金流
S_Φ	投資人期望報酬
P_Φ	營運狀況「好」時繼續營運超過「壞」時清算資產的經理人報酬增額
G_Φ	營運狀況「好」的情況下之投資人報酬
B_Φ	營運狀況「壞」的情況下之投資人報酬

參考文獻

Aghion, P. and P. Bolton (1992). “An incomplete contracts approach to financial contracting.” *Review of Economic Studies*, 59, pp. 473–94.

Dewatripont, M., Legros, P. and S. Matthews (2003). “Moral hazard and capital structure dynamics.” *Journal of the European Economic Association*, 1, pp. 890-930.

Hermalin, B. and M. Katz, (1991). “Moral hazard and verifiability: the effects of renegotiation in agency.” *Econometrica*, 59, pp. 1735-54.

Innes, R. (1990). “Limited liability and incentive contracting with ex ante action choices.” *Journal of Economic Theory*, 52, pp. 45–67.

Kaplan, S. and P. Stromberg (2003). “Financial contracting theory meets the real world: an empirical analysis of venture capital contracts.” *Review of Economic Studies*, 70, pp. 281–315.

Rajan, R. (1992). “Insiders and outsiders: The choice between informed and arm’s-length debt.” *Journal of Finance*, 47, pp. 1367-400.

Yerramilli, V. (2011). “Moral hazard, hold-up, and the optimal allocation of control rights.” *Rand Journal of Economics*, 42, pp. 705–28.